LE JOURNAL DE PHYSIQUE
ET
LE RADIUM

QUELQUES RÉALISATIONS D'APPAREILS POUR LA NUMÉRATION DE PARTICULES PAR LA MÉTHODE DE GEIGER-MÜLLER

Par ANDRÉ BERTHELOT.
Laboratoire de Chimie nucléaire du Collège de France.

Sommaire. — Au cours de ces dernières années différents perfectionnements ont été apportés aux montages utilisés pour la numération de particules ionisantes par la méthode du compteur Geiger-Müller. Le présent article a pour objet de décrire les appareils réalisés qui constituent à l'heure actuelle un ensemble standard pour les mesures de laboratoire. Cet ensemble comprend un amplificateur à échelle de 10, avec numérateur rapide et dispositif d'interpolation, et un générateur de haute tension stabilisé. Le schéma d'un générateur d'impulsions très simple pour le réglage des appareils est également donné.

Intérêt du montage en « échelle » pour la uumération d'impulsions électriques. — La uumération d'impulsions électriques au moyen l'un dispositif mécanique (numérateur) est limitée par l'inertie de celui-ci. En effet le fonctionnement le l'appareil demande un certain temps θ qu'on peut définir comme le temps nécessaire pour passer le l'état de repos qui précède à l'état de repos qui uit l'enregistrement d'une impulsion. Si deux mpulsions se succèdent à un intervalle inférieur ı θ, la seconde ne trouvera pas le numérateur à 'état de repos et le fonctionnement sera perturbé, pouvant entraîner un défaut d'enregistrement. C'est pourquoi des efforts ont été faits de divers côtés pour réduire le temps de fonctionnement θ à une aleur aussi faible que possible par l'emploi de uumérateurs à inertie très réduite. Cependant 'expérience montre que si de tels appareils peuvent tre réalisés, ils sont très délicats et se dérèglent acilement. Aussi a-t-on cherché une solution d'un utre genre, qui s'est développée sous le nom l' « échelle » au cours des années qui ont précédé a guerre. Le principe de ces dispositifs est de réaliser ın montage tel que recevant sur le circuit d'entrée outes les impulsions à compter, il ne transmet au ircuit de sortie que les impulsions de n en n, où n st un nombre entier qui dans les réalisations lécrites jusqu'ici était toujours une puissance de 2. Par exemple une « échelle de 16 » est un montage tel que parmi les impulsions appliquées à l'entrée, seules se retrouvent dans le circuit de sortie la 16e, la 32e, la 48e, etc.

L'intérêt d'un tel dispositif est double. En premier lieu il permet de diminuer dans un rapport connu le nombre des impulsions envoyées au numérateur et par conséquent de faire un meilleur usage d'un numérateur dont le temps de fonctionnement θ est donné. En second lieu si la distribution dans le temps des impulsions est une distribution de hasard, comme c'est le cas lorsqu'il s'agit des impulsions de compteurs G. M., la répartition des impulsions obtenues en en prenant une de n en n n'est plus une distribution de hasard. Elle est caractérisée par une plus faible probabilité des petits et des grands intervalles, par une tendance à se rapprocher d'une distribution périodique. Cela se comprend facilement. Raisonnons par exemple sur une échelle de 16. L'intervalle entre deux impulsions à la sortie sera égal à la somme de 16 intervalles consécutifs à l'entrée, et parmi ceux ci il y en aura aussi bien de supérieurs à la valeur moyenne que d'inférieurs. La probabilité pour que tous les 16 soient, par exemple, inférieurs à la valeur moyenne est très faible. Il en résulte que le fait de faire précéder un numérateur d'une échelle permet de tirer de celui-ci un bien meilleur parti, puisque ce sont

toujours les intervalles de faible durée par rapport à la valeur moyenne qui interviennent pour provoquer les défauts d'enregistrement. Illustrons ceci par quelques valeurs numériques, d'après Maier-Leibnitz [1]. Si l'on désigne par m le nombre d'impulsions qui arrivent à l'entrée d'une échelle pendant le temps de fonctionnement θ du numérateur qui la suit, la proportion des impulsions qui sont effectivement enregistrées est donnée par le Tableau suivant :

	Echelle de			
m.	1.	2.	4.	8.
1/8.......	0,885	–	–	–
1/4.......	0,777	0,974	–	–
1/2.......	0,607	0,910	0,998	–
3/4.......	0,472	–	–	–
1.........	0,367	0,737	0,981	$1-10^{-5}$
1,5.......	–	0,558	–	–
2.........	–	0,412	0,856	$1-10^{-3}$
3.........	–	–	0,648	–
4.........	–	–	0,437	0,949
6.........	–	–	–	0,743
8.........	–	–	–	0,450

On voit, par exemple, que les pertes qui étaient de 40 pour 100 en l'absence d'échelle par une densité d'impulsion de 1/2 pendant le temps θ, ne sont plus que de 5 pour 100 après une échelle de 8 pour une densité de 4 pendant le temps θ, ce qui correspond après la démultiplication à la même densité appliquée au numérateur. Le gain provient de la répartition plus homogène des intervalles à la sortie de l'échelle.

Pour terminer, notons que si l'on veut faire une mesure rigoureuse du nombre d'impulsions, le montage doit être muni d'un dispositif d'interpolation qui permette de savoir à chaque instant à quel point du cycle on en est, c'est-à-dire combien d'impulsions sont arrivées à l'entrée depuis que la dernière impulsion s'est présentée au circuit de sortie.

L'échelle de deux. — L'élément de base des montages en « échelle » qui ont été publiés jusqu'ici est l' « échelle de deux » qui laisse passer une impulsion sur deux. C'est par la mise en série de n échelles de deux qu'on constitue une échelle de 2^n.

On réalise une échelle de deux en montant de façon symétrique deux tubes à vide (triodes ou penthodes) et en faisant les liaisons de plaque à grille par résistances. A l'origine, c'est à l'aide de thyratrons que ces montages étaient réalisés, mais cette façon de procéder est complètement abandonnée aujourd'hui.

La figure 1 donne le schéma du montage. Les résistances et les tensions appliquées sont choisies de telle manière que le système possède deux états stables possibles. L'une des lampes a sa grille au potentiel zéro et son circuit plaque débite, tandis que l'autre a sa grille suffisamment négative pour ne pas laisser circuler de courant plaque. Les deux lampes étant identiques, il n'y a pas de raison pour que ce soit l'une plutôt que l'autre qui débite et les deux états sont possibles.

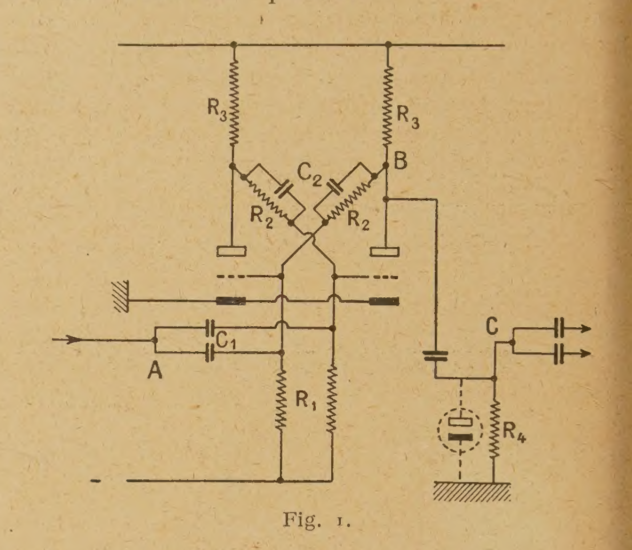


Fig. 1.

L'entrée du montage est constituée par les deux condensateurs C_1 par lesquels on transmet aux deux grilles des impulsions négatives, et le but à obtenir est que chacune de ces impulsions fasse passer le système d'un état stable à l'autre. Dans ces conditions le potentiel de plaque de chaque lampe change

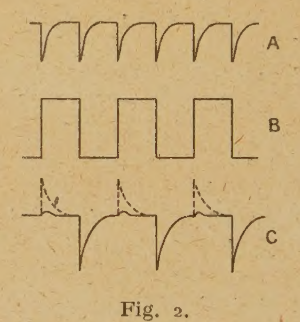


Fig. 2.

à chaque impulsion. La figure 2 représente ces variations telles qu'on peut les observer à l'oscillographe cathodique, lorsque les impulsions incidentes sont périodiques, les lettres A, B, C, correspondant aux points de même nom sur la figure 1. En transmettant par une faible capacité C_3 ces variations de potentiel à une résistance R_4, on obtient au point C des impulsions alternativement positives et négatives. En disposant aux bornes de R_4 un détecteur, on élimine les impulsions positives et de la sorte il ne subsiste au point C qu'une impulsion sur deux, qu'il est possible d'appliquer à un nouvel étage démultiplicateur analogue au précédent.

Le point délicat dans ce montage est d'obtenir n fonctionnement correct de la « bascule », c'est-dire du changement d'état stable à chaque npulsion à l'entrée. Il est apparu indispensable our cela de shunter les résistances de couplage R_2 ar de petits condensateurs C_2. D'après Hershel-oomin [2] leur rôle pourrait s'analyser comme uit : l'impulsion négative appliquée aux grilles urait pour effet de fermer les deux lampes pendant ne période transitoire de l'ordre de la durée de impulsion. Mais en raison des charges différentes ortées à l'origine par les condensateurs, les otentiels de grille ne sont pas les mêmes et ne le eviendraient que si l'impulsion négative durait ssez longtemps pour permettre aux condensa-eur C_2 de prendre une nouvelle tension d'équilibre. On vérifiera facilement que la grille la moins négative st celle de la lampe qui était initialement fermée.

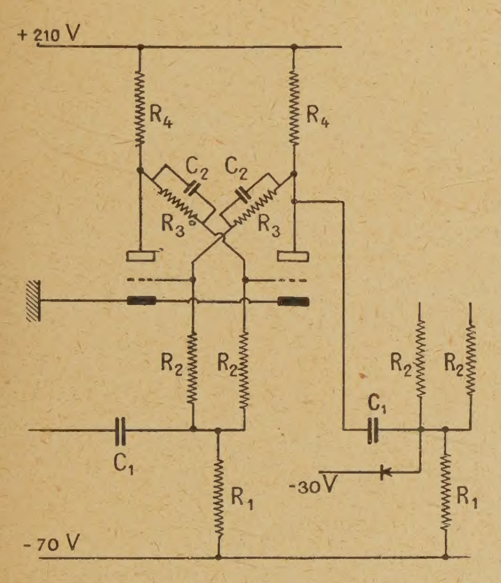


Fig. 3.
R_1, 0,1 Ω; R_2, 0,1 Ω; R_3, 0,65 Ω; R_4, 0,05 Ω.
C_1, 10 cm; C_2, 50 cm.

Il en résulte que lorsque l'impulsion incidente se ermine, la lampe initialement fermée s'ouvre vant l'autre, et ceci détermine la « bascule ». Cette xplication est évidemment assez simpliste, mais lle permet de se rendre compte en gros de la marche lu circuit et du rôle des condensateurs C_2 qui sont à en quelque sorte pour « donner de la mémoire » u montage, en l'empêchant de prendre à la fin le l'impulsion l'état dans lequel il se trouvait au lébut de celle-ci.

Les essais auxquels nous avons procédé nous ont montré qu'il y avait intérêt à séparer l'action le l'impulsion incidente de l'action de réaction ntroduite par les condensateurs C_2, et finalement ious avons adopté le montage représenté par la figure 3. Pour diminuer l'encombrement nous avons utilisé des lampes double triode du type 6 N 7.

L'emploi des détecteurs entre étage n'est pas nécessaire avec les valeurs indiquées, car les impulsions positives issues d'un étage n'ont pas une amplitude suffisante pour provoquer la bascule de l'étage suivant. Mais nous avons rencontré des difficultés en raison de la non-identité des lampes utilisées, et en particulier des tubes stabilovolt qui donnent parfois des tensions nettement différentes des tensions théoriques. Il arrive alors qu'avec certains éléments les étages basculent sous l'action des impulsions positives, et pour éliminer tout inconvénient de ce genre nous avons finalement décidé l'emploi systématique de petits détecteurs secs à l'oxyde de cuivre du type utilisé pour la détection radio, dont l'encombrement est négligeable.

Intérêt des échelles décimales. — La mise en série de n « échelles de 2 » du modèle qui vient d'être décrit constitue une « échelle de 2^n », ce qui résout complètement le problème de la numération avec un numérateur d'inertie non négligeable, sous réserve de lui adjoindre un dispositif d'interpolation. Cependant l'appareil ainsi réalisé est d'un usage assez incommode du fait que chaque division du numérateur correspond à 2^n impulsions à l'entrée et que l'obtention du nombre exact demande des opérations qui sont des causes d'erreurs. Par exemple, si avec une « échelle de 16 » on lit au début de la mesure 560 au numérateur et 13 au dispositif d'interpolation, puis à la fin de la mesure 842 et 5, la valeur exacte sera

$$(842 - 560) \times 16 + (16 - 13) + 5 = 4504.$$

C'est pourquoi nous avons cherché à réaliser un appareil qui donne une lecture directe du nombre d'impulsions, et ce résultat a été obtenu par l'emploi d'échelles décimales. On voit facilement que si l'on place un numérateur à la sortie d'une échelle de 10, le numérateur indiquera le nombre de dizaines d'impulsions, le dispositif d'interpolation, le chiffre des unités; le nombre exact sera de la sorte lu directement. Mais on peut généraliser en disposant en série plusieurs échelles de 10. Le dispositif d'interpolation de la première donnera le chiffre des unités, celui de la seconde le chiffre des dizaines, celui de la troisième le chiffre des milles, et ainsi de suite, le numérateur ne donnant plus que les chiffres des unités d'ordre supérieur. Il est même possible de supprimer complètement le numérateur si le nombre des échelles de 10 est suffisant. Par exemple, avec 5 échelles de 10, le seul usage des dispositifs d'interpolation permet de compter 100 000 impulsions, ce qui est suffisant pour l'usage avec les compteurs de Geiger.

La réalisation d'une « échelle de 10 » est obtenue par l'association d'une « échelle de 5 » et d'une « échelle de 2 ». L' « échelle de 5 » est obtenue à

partir d'une « échelle de 8 » (3 « échelles de 2 ») modifiée de façon convenable. Nous avons construit deux types différents d' « échelle de 5 » qui nous ont donné tous deux satisfaction. Le premier montage demande l'emploi d'une lampe supplémentaire. Le second n'en demande pas et présente, en outre, l'avantage de reposer sur un principe très général qui permet d'obtenir non seulement des échelles décimales, mais encore des échelles ayant un rapport de démultiplication entier quelconque. Ceci peut avoir de l'intérêt dans certains problèmes particuliers tels que ceux de la mesure du temps par des impulsions électriques où des démultiplications sexagésimales peuvent intervenir.

Premier modèle d' « échelle de cinq ». — Considérons 3 « échelles de 2 » en série. Dans chacun de ces étages il y a toujours une lampe ouverte (O) et une lampe fermée (F). Considérons celle des deux lampes qui est reliée par capacité à l'étage suivant. Elle donne naissance à une impulsion négative qui entraîne la bascule de l'étage suivant lorsqu'elle passe de F à O. Elle donne naissance à une impulsion positive qui est sans action sur l'étage suivant lorsqu'elle passe de O à F. Si maintenant nous portons notre attention sur l'autre lampe de l'étage qui se trouve toujours dans l'état opposé à la précédente, nous aurons les conclusions inverses; c'est quand elle passe de O à F que l'étage suivant bascule.

Caractérisant l'état de l'étage par celui de cette dernière lampe nous pouvons représenter le cycle de l' « échelle de 8 » de la façon suivante, chaque ligne correspondant à un étage :

F	O	F	O	F	O	F	O	F
F	F	O	O	F	F	O	O	F
F	F	F	F	O	O	O	O	F
0	1	2	3	4	5	6	7	0

Les chiffres de la 4e ligne représentent le numéro d'ordre de chaque état possible du système au cours du cycle et l'on remarquera que si l'on donne aux trois étages les coefficients respectifs 1, 2 et 4 lorsqu'ils sont dans la position O et zéro pour la position F, le numéro d'ordre est égal à la somme des coefficients des étages.

Pour transformer l' « échelle de 8 » en « échelle de 5 » on s'arrange pour passer directement de l'état 4 à l'état zéro. On remarque que pour cela il suffit que l'impulsion qui arrive lorsque le système est dans l'état 4 fasse basculer seulement le 3e étage. Le montage qui permet d'obtenir ce résultat est représenté par la figure 4.

Les impulsions du compteur sont amplifiées par deux lampes 6 J 7 à la sortie desquelles elles ont une amplitude indépendante de l'amplitude d'entrée et définie par la tension appliquée aux résistances de plaque. La seconde 6 J 7 a sa grille suppresseuse reliée, non pas à la cathode mais à la grille de la lampe de sortie du 3e étage. Il en résulte que si le 3e étage est dans l'état F, la grille de la lampe de sortie et, par suite, la suppresseuse de la préamplificatrice sont sensiblement au potentiel zéro et l'amplification est normale, tandis que si le 3e étage est dans l'état O, la grille de la lampe de sortie et la suppresseuse sont à un potentiel négatif qui a pour effet de réduire l'amplification de telle manière que l'amplitude devienne insuffisante pour faire basculer le 1er étage.

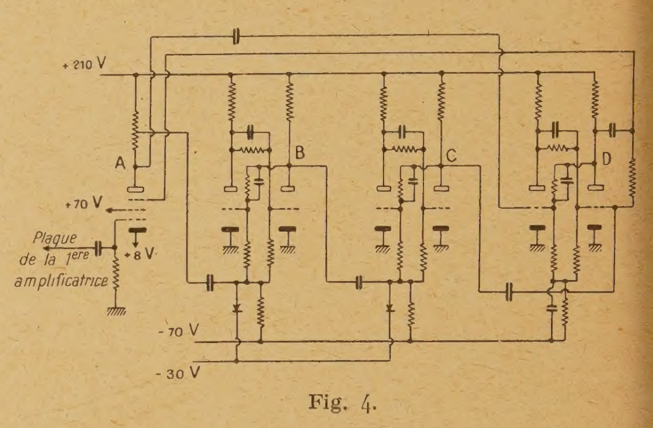


Fig. 4.

Si l'on s'en tenait là le système se bloquerait dans l'état 4 puisque l'amplitude nécessaire pour provoquer de nouvelles bascules ne serait pas atteinte. Mais ce que l'on veut obtenir, c'est que l'impulsion qui suit le passage du système à l'état 4 le ramène à l'état zéro. Il suffit pour cela que l'impulsion atteigne directement le 3e étage. C'est l'objet de la liaison entre la plaque de la préamplificatrice et la grille de la lampe du 3e étage qui n'est pas la lampe de sortie. L'amplitude fournie par la lampe préamplificatrice, même avec sa suppresseuse polarisée, est suffisante pour faire passer le 3e étage de l'état O à l'état F. Cette liaison est évidemment sans action dans les états du système autres que 4 puisqu'elle ne transmet que des impulsions négatives et, par conséquent, n'a d'action que lorsque le 3e étage est dans l'état O.

En définitive on voit donc que l'impulsion qui suit le passage à l'état 4 ramène à l'état zéro, ce qui réalise bien une « échelle de 5 ». On remarquera que la liaison de la suppresseuse à la grille de la lampe de sortie du 3e étage se fait par une résistance de 100 000 Ω et un couplage par une faible capacité à la plaque de la même lampe. La raison en est la suivante. Au moment du passage de l'état 4 à l'état zéro la suppresseuse revient à la polarisation nulle, et si ce retour a lieu trop rapidement l'amplitude à la sortie de la préamplificatrice augmente suffisamment pour que le 1er étage puisse basculer, résultat qu'il faut éviter car il nous conduirait à l'état 1. Il faut donc différer

égèrement le retour à zéro de la polarisation de la uppresseuse, et ce résultat est obtenu en la couplant

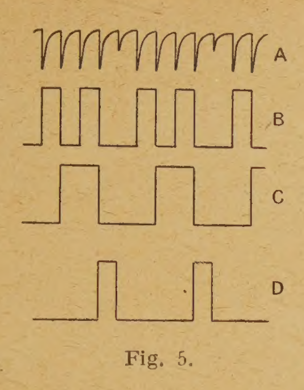


Fig. 5.

égèrement à la plaque de la lampe de sortie, ce qui lui applique une brève impulsion négative qui assure le retard nécessaire.

Pour finir on notera que la liaison de la préamplificatrice au 1er étage se fait à partir d'une prise intermédiaire sur la résistance de plaque, condition qui a été trouvée nécessaire avec les valeurs utilisées dans le montage pour que l'amplitude passe au-dessous du seuil nécessaire à l'attaque du 1er étage lorsque la suppresseuse est polarisée.

Le figure 5 représente les variations de potentiel telles qu'on les observe à l'oscillographe cathodique quand on attaque le montage par des impulsions périodiques.

Deuxième modèle d' « échelle de cinq ». Généralisation à une échelle quelconque. — Écrivons à nouveau le tableau du cycle d'une « échelle de 8 » :

F	O	F	O	F	O	F	O	F
F	F	O	O	F	F	O	O	F
F	F	F	F	O	O	O	O	F
0	1	2	3	4	5	6	7	0

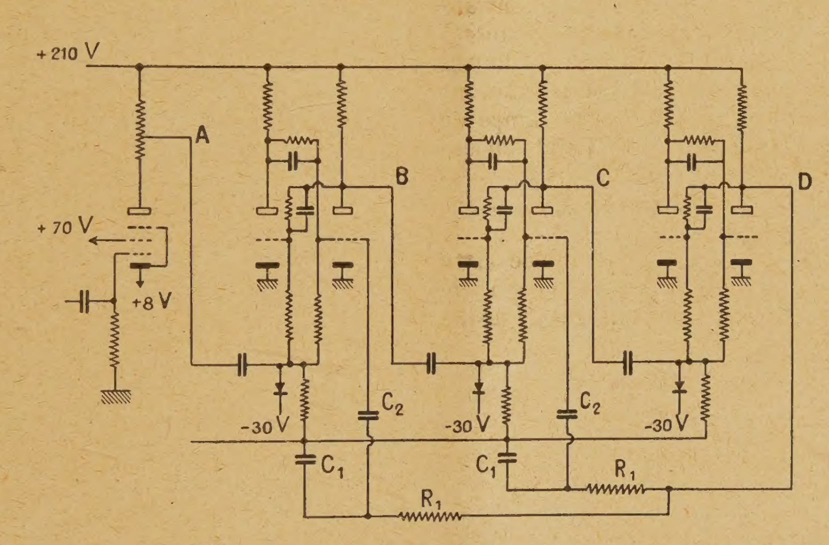


Fig. 6. — R_1, 0,1 Ω; C_1, 300 pF; C_2, 50 pF.

Nous avons pris comme état origine celui où tous les étages sont dans l'état F. Remarquons que le fait de faire passer un étage de l'état F à l'état O n'entraîne aucun effet sur les étages qui le suivent. Si nous imaginons un mécanisme tel que chaque fois que le système se trouve dans l'état zéro on fasse basculer les étages 1 et 2, on passera directement de l'état 7 à l'état 3 et, par suite, on aura transformé l' « échelle de 8 » en « échelle de 5 » ayant les états 3, 4, 5, 6, 7.

C'est ce qui est réalisé dans le montage de la figure 6. Le procédé utilisé pour passer directement de l'état 7 à l'état 3 est très simple. On peut décomposer le mécanisme en deux temps. Un premier temps consiste en passage de l'état 7 à l'état zéro, ce qui entraîne le passage du 3e étage de l'état O à l'état F. On peut donc obtenir à partir de la plaque de la lampe de sortie une impulsion négative. Cette impulsion est, dans un second temps, appliquée aux grilles des lampes de sortie des 1er et 2e étages qui viennent de basculer et a pour effet de les faire basculer de nouveau. Il est nécessaire pour obtenir un bon fonctionnement de bien séparer ces deux temps, et c'est pourquoi on introduit dans le couplage un système capacité-résistance R_1C_1 ayant pour effet de différer légèrement l'application de l'impulsion aux grilles des deux premiers étages. La figure 7 représente les variations de potentiel telles qu'on les observe à l'oscillographe cathodique quand on attaque le montage par des impulsions périodiques.

La généralisation du montage pour l'obtention d'une échelle de rapport arbitraire est évidente.

Nous supposerons — ce qui n'est pas indispensable — que ce rapport est un nombre premier, puisque dans le cas contraire on pourra toujours s'y ramener par la mise en série d'échelles ayant pour rapport de démultiplication les facteurs premiers du nombre considéré. Pour plus de clarté nous allons raisonner

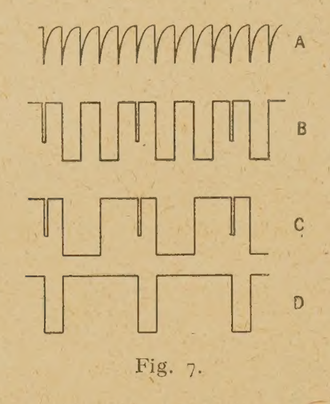


Fig. 7.

sur un exemple et supposer que nous désirons faire une échelle de 37. La première puissance de 2 supérieure à 37 est $2^6 = 64$. On commencera par faire une « échelle de 64 » en associant 6 « échelles de deux ». Puis on remarquera que

$$64 - 37 = 27 = 16 + 8 + 2 + 1 = 2^4 + 2^3 + 2^1 + 2^0.$$

La différence se trouve ainsi décomposée en une somme dont les termes sont les coefficients affectés aux étages n°s 5, 4, 2, 1. Cela veut dire que lorsque le système passera de l'état 63 à l'état zéro, nous devrons utiliser l'impulsion émanant de la lampe de sortie pour faire basculer les étages n°s 5, 4, 2, 1 et passer de la sorte directement de l'état 63 à l'état 27, suivant le même montage qui nous avait permis de passer de l'état 7 à l'état 3 dans l' « échelle de 5 ». On a donc bien de la sorte réalisé une « échelle de 37 ».

Dispositif d'interpolation. — Nous avons utilisé, en le simplifiant et en l'adaptant aux échelles décimales, le dispositif décrit pour les « échelles de 2^n » par Lifschutz et Lawson [3]. Le principe en est de prélever sur chaque étage un courant d'intensité proportionnelle à son coefficient, et d'ajouter ces courants dans le circuit d'un galvanomètre dont la déviation donne de la sorte directement le numéro de l'état dans lequel se trouve l'échelle. La figure 8 montre la façon d'obtenir ce résultat. P_1, P_2, P_3 sont les plaques des triodes qui dans les étages n°s 1, 2, 3, d'une échelle de 8 ne sont pas les triodes de sortie. Quand l'un de ces étages est dans l'état O, la plaque de la triode correspondante débite et la lampe à néon correspondante s'allume. Elle est éteinte si l'étage est dans l'état F. La position du curseur du potentiomètre P et les résistances R_1, R_2, R_3 sont choisies de telle sorte que le microampèremètre G indique 0, 1, 2, 4, lorsque aucune lampe néon n'est allumée ou lorsque l'une seulement d'entre elles est allumée.

Dans le cas d'une « échelle de 10 » constituée par une « échelle de 5 » du premier modèle suivie d'une « échelle de 2 », on voit que le dispositif d'interpolation sera obtenu de la même manière en donnant aux quatre étages successifs les coefficients 1, 2, 4 et 5.

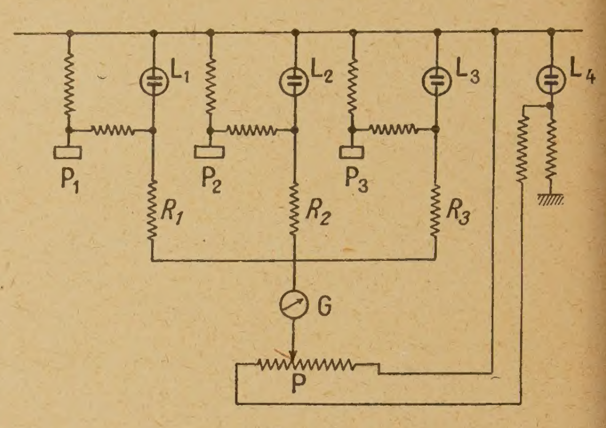


Fig. 8.

Dans le cas d'une « échelle de 10 » utilisant une « échelle de 5 » du second modèle, l'application des mêmes coefficients conduit à un courant variant de 3 à 12. Il suffit donc d'un décalage de zéro du galvanomètre ou de l'emploi d'une polarisation initiale du galvanomètre correspondant à — 3 pour ramener la division de 0 à 9. En pratique nous avons utilisé un montage un peu différent. Il consiste, au lieu de faire sauter le système de l'état 7 à l'état 3, à le faire sauter de l'état 3 à l'état 7, ce qui se fait de la même façon en inversant le rôle des lampes dans les étages. Il suffit alors de donner aux étages les coefficients 1, 2, 1 et 5. Comme nous avons monté l' « échelle de 2 » avant l' « échelle de 5 », les coefficients sont en réalité 1, 2, 4, 2.

Le numérateur. — En conjonction avec une échelle de 10 nous avons utilisé un numérateur construit à l'atelier du laboratoire et présentant une très faible inertie. Nous nous sommes inspirés dans sa construction du modèle décrit par Neher [5]. Toutefois, alors que cet auteur avait utilisé le système démultiplicateur constitué par une montre, nous avons préféré utiliser une démultiplication décimale, ce qui facilite grandement les lectures et évite de nombreuses erreurs.

L'organe moteur (*fig.* 9) est un petit électro-aimant à noyau en anhyster D excité par deux bobines ayant chacune 2250 tours en fil de 1/10e de millimètre sous émail. Cet électro exerce son attraction sur une aiguille métallique dont la pointe attaque une roue à rochet de 100 dents. Un ressort antagoniste ramène l'aiguille à sa position initiale dès que cesse l'attraction de l'électro, et ce retour

ntraîne le déplacement d'une dent de la roue à ochet. A l'aller un cliquet de retenue empêche roue à rochet de se déplacer en sens inverse.

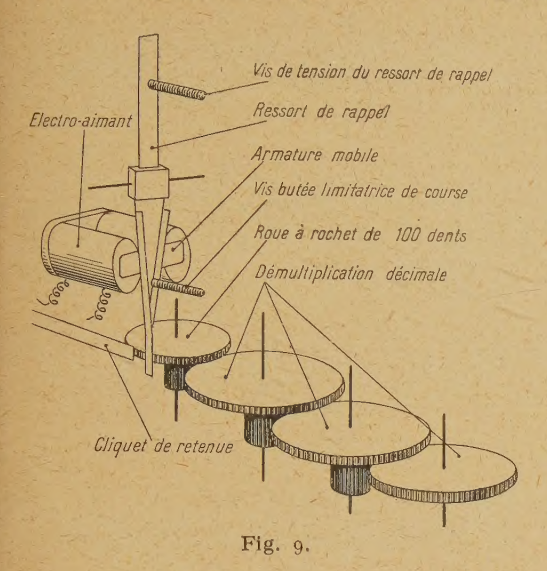


Fig. 9.

L'axe de la roue à rochet porte une aiguille qui e déplace devant un cadran gradué en 100 divisions. Jn système de démultiplication permet de lire ur trois petits cadrans le nombre des centaines, les mille, des dizaines de mille.

L'électro-aimant est monté dans le circuit plaque l'une lampe de puissance 6 L 6 attaquée par les mpulsions émanant de la lampe de sortie de l'échelle le 10.

Le réglage des numérateurs est fait de telle manière qu'ils suivent sans perte ni doublage lorsqu'on les attaque par des impulsions périodiques jusqu'à une fréquence de 20 000 impulsions par minute. Dans ces conditions l'ensemble d'une échelle de 10 et d'un tel numérateur permet des mesures sans correction dans tout le domaine d'utilisation usuel des compteurs G. M.

Cependant l'expérience nous a montré qu'il était beaucoup plus difficile d'obtenir un très bon numérateur que de construire des échelles, et c'est pourquoi nous sommes arrivés à la conclusion qu'il valait mieux construire à l'avenir des « échelles de 1000 » avec des numérateurs du type commercial courant que des « échelles de 10 » avec des numérateurs du type qui vient d'être sommairement décrit.

L'ensemble du montage comprenant l'alimentation, le préamplificateur, l'échelle de 10, l'étage de puissance, le numérateur, le dispositif d'interpolation, le voltmètre pour la haute tension du compteur, est réuni en un seul châssis monté dans un boîtier métallique formant blindage dont les dimensions sont $40 \times 28 \times 16$ cm.

Le schéma complet du montage est indiqué par la figure 10 pour le montage du premier type. On obtiendra le montage du second type en substituant la portion du schéma correspondant à la figure 6 à celle qui correspond à la figure 4.

La haute tension pour les compteurs. — Nous utilisons pour l'alimentation des compteurs une haute tension redressée à partir du secteur et

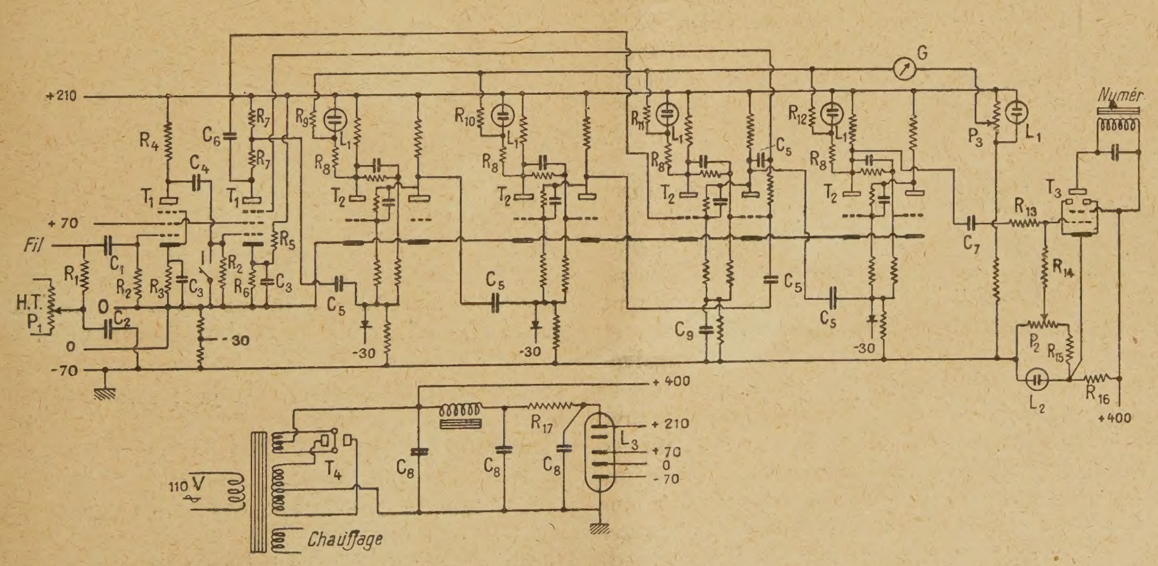


Fig. 10. — R_1, 5 Ω; R_2, 0,5 Ω; R_3, 5000 ω; R_4, 0,2 Ω; R_5, 0,2 Ω; R_6, 10 000 ω; R_7, 0,1 Ω; R_8, 50 000 ω; R_9, 2 Ω à ajuster; R_{10}, 1 Ω à ajuster; R_{11}, 0,5 Ω à ajuster; R_{12}, 0,4 Ω à ajuster; R_{13}, 0,1 Ω; R_{14}, 0,5 Ω; R_{15}, 20 000 ω; R_{16}, 50 000 ω; R_{17}, 2500 ω. — C_1, 50 pF; C_2, 0,5 μF : 2000 V; C_3, 50 μF; C_4, 1000 pF; C_5, 10 pF; C_6, 5 pF; C_7, 1000 pF; C_8, 8 μF; C_9, 0,1 μF. — P_1, 50 000 ω; P_2, 25 000 ω; P_3, 50 000 ω. — L_1, lampe néon N. C. (Compagnie des Lampes); L_2, lampe néon Philips 4687; L_3, stabilovolt S. T. V. 280/40. — T_1, 6 J 7; T_2, 6 N 7; T_3, 6 L 6; T_4, 5 Y 3. — I, interrupteur de numération. (Pour les autres valeurs numériques se reporter à la figure 3.)

stabilisée par pentode suivant un schéma classique (*fig.* 11) [4]. On remarquera cependant que dans les articles traitant de la question de la stabilisation par tubes à vide, on considère en général que le chauffage de ces tubes est constant, ce qui permet d'écrire pour la lampe des équations linéaires. En fait, ici, toutes les tensions, y compris celle de chauffage de la pentode régulatrice, sont obtenues à partir du secteur, si bien que c'est empiriquement que l'on doit déterminer les caractéristiques de fonctionnement pour avoir la meilleure stabilisation possible. Pratiquement, avec les valeurs numériques indiquées on arrive à n'avoir qu'une variation inférieure à la précision des mesures pour une variation du secteur de ± 20 V autour de la valeur théorique de 110 V.

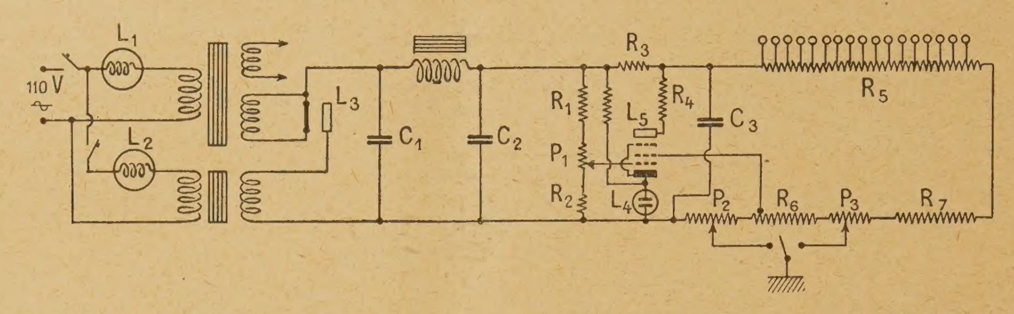


Fig. 11. — R_1, 8 × 300 000ω; R_2, 100 000ω; R_3, 7 × 5000ω; R_4, 12 × 25 000ω; R_5, 16 × 25 000ω; R_6, 6 × 50 000ω; R_7, 4 × 50 000ω. — Toutes résistances du type 4 watts. — P_1, 25 000ω; P_2, P_3, 50 000ω; C_1, C_2, C_3, 2 μF. — L_1, régulatrice fer-hydrogène 25,75 V, 300 millis; L_2, régulatrice fer-hydrogène 25,75 V, 650 millis; L_3, Philips 1875; L_4, lampe néon Philips 7475; L_5, 6J7.

Nous avons jugé utile de dimensionner largement toutes les pièces intervenant dans le montage et en particulier de ne dissiper dans les résistances que des wattages très inférieurs à ceux indiqués par les constructeurs. Ceci conduit à un appareil relativement volumineux, mais qui présente une sécurité très grande.

Un inverseur permet de mettre à la terre l'un ou l'autre de deux points du potentiomètre diviseur de tension qui constitue la sortie du redresseur après stabilisation. On peut ainsi utiliser l'appareil soit sur la gamme 700-1300 V, soit sur la gamme 1200-1800 V. Dans chaque cas on a des prises de 50 en 50 V avec interpolation par potentiomètre.

Le générateur d'impulsions. — Pour le réglage des échelles et des numérateurs, il est commode d'attaquer les appareils par un générateur d'impulsions périodiques.

Nous avons eu toute satisfaction en utilisant un multivibrateur équipé avec deux 6 J 7 montées suivant le schéma de la figure 12 dont la gamme de

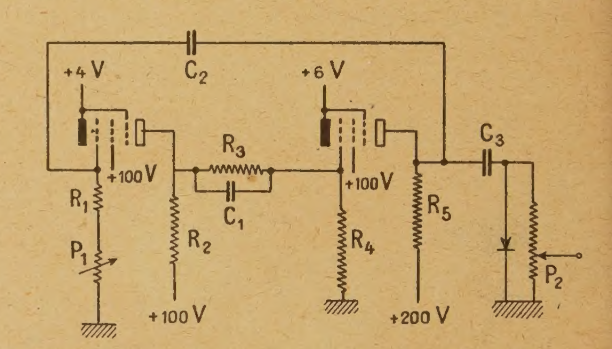


Fig. 12. — R_1, 0,1Ω; R_2, 0,2Ω; R_3, 1Ω; R_4, 50 000ω; R_5, 0,2Ω. — C_1, 500 pF; C_2, de 10 pF à 0,1 μF; C_3, 50 pF. — P_1, 1Ω; P_2, 0,2Ω.

fréquence s'étend de moins de 1 impulsion par seconde à environ 10^5 impulsions par seconde.

Manuscrit reçu le 10 mai 1946.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] MAIER-LEIBNITZ, *Phys. Zeits.*, 1942, **18**, p. 344.
[2] HERSHEL-TOOMIN, *Rev. of. Sc. Inst.*, 1939, **10**, p. 191.
[3] H. LIFSCHUTZ and J. L. LAWSON, *Rev. of. Sc. Inst.*, 1938, **9**, p. 83.
[4] F. V. HUNT and R. W. HICKMAN, *Rev. of. Sc. Inst.*, 1939, **10**, p. 7 (Cf. *fig.* 3 *b*).
[5[NEHER, *Rev. of Sc. Inst.*, 1939, **10**, 29.

VIBRATION D'UNE PLAQUE MÉTALLIQUE DANS UN CHAMP SONORE

Par Théodore VOGEL.
Centre de Recherches S. I. M., Marseille.

Sommaire. — On reprend pour commencer, en la corrigeant et en la complétant sur certains points, la théorie de la transparence d'une plaque vibrant dans un champ sonore uniforme. On déduit de cette théorie une expression approchée de la transparence, pour les fréquences excitatrices notablement différentes de la fréquence propre fondamentale (la plus grave) de la plaque; cette expression est susceptible de vérification expérimentale.

Dans une deuxième partie, on décrit une méthode pour la mesure expérimentale des transparences, et l'on donne les résultats pour quelques plaques de dimensions différentes. Ces résultats sont en accord très satisfaisant avec la théorie précédente, que l'on peut ainsi considérer comme établie. Par contre, les prévisions de la théorie que Davis avait proposée du même phénomène s'écartent notablement des valeurs mesurées, surtout pour les plaques de petites dimensions.

I. — Théorie approchée de la transparence acoustique.

1. **Définitions.** — Considérons une plaque rectangulaire élastique posée sur son pourtour sur une fenêtre pratiquée dans un plan indéfini, et soit un train d'ondes sonores planes venant frapper cette plaque normalement à sa surface. Si u est la vitesse des molécules d'air dans l'onde incidente au voisinage immédiat de la plaque, l'énergie acoustique incidente sera $\frac{1}{2}Ru^2$, par unité de surface, R étant la résistance acoustique spécifique de l'air (densité $\times$ vitesse du son). Sous l'influence de la pression exercée sur elle, la plaque se mettra à vibrer; si W est son énergie de vibration, nous appellerons transparence de la plaque le rapport

$$\mathfrak{T} = \frac{\frac{R}{m}W}{\frac{1}{2}Ru^2}.$$

Cette dénomination tire son origine du fait que les déplacements de la plaque seront également ceux de l'air situé derrière elle, et qu'une énergie acoustique $\frac{R}{m}W$ sera de la sorte communiquée à l'espace situé au delà de la fenêtre, alors que si l'on enlevait la plaque, l'onde transmettrait intégralement son énergie $\frac{Ru^2}{2}$ (aux perturbations près dues aux bords de la fenêtre). Nous allons étudier les vibrations de la plaque en les caractérisant principalement par l'expression de $\mathfrak{T}$.

2. **Équation aux vibrations de la plaque.** — Prenons des axes xy coïncidant avec deux des bords de la plaque, de sorte que celle-ci sera limitée par les droites $x = 0$; $x = a$; $y = 0$; $y = b$. Soit $z(x, y, t)$ le déplacement, au temps t, du point de la plaque qui occupe au repos la position x, y. Nous pourrons développer z en série de fonctions données de x, y, à condition que ces fonctions forment un système complet, et l'on prévoit immédiatement l'intérêt qu'il y aura à ce qu'elles soient, de plus, orthogonales, de manière à faire disparaître les termes rectangulaires de toutes les intégrations qui pourront intervenir dans nos calculs; l'idée vient tout naturellement à l'esprit d'utiliser les fonctions normales de la plaque posée, soit

$$f_{r,s}(x, y) = \sin\frac{r\pi x}{a}\sin\frac{s\pi y}{b} \qquad (r, s = 1, 2, 3, \ldots).$$

Nous écrirons donc

$$z = \sum_{rs} A_{rs}(t) f_{rs}(x, y).$$

Suivant une méthode classique, nous pourrons prendre les A_{rs} pour coordonnées généralisées de notre problème; l'équation d'onde connue

$$\frac{abm}{4}(c^4\Delta_2 z + \ddot{z}) = F,$$

où

$$c^4 = \frac{Ee^3}{12m(1-\sigma^2)}$$

(E module de Young, e épaisseur de la plaque, σ coefficient de Poisson, m masse de la plaque par unité de surface) donne alors

$$\omega_{rs}^2 A_{rs} + \ddot{A}_{rs} = \frac{4}{abm}F_{rs}$$

en posant

$$\omega_{rs}^2 = c^4\pi^4\left(\frac{r^2}{a^2} + \frac{s^2}{b^2}\right)^2.$$

Il nous reste donc à calculer la force généralisée F_{rs},

c'est-à-dire en somme la dérivée par rapport à la coordonnée A_{rs} du travail virtuel. Or celui-ci est égal au produit de la pression sur un élément de la plaque par le déplacement virtuel de cet élément, intégré sur toute la surface de la plaque :

$$\int_0^a \int_0^b p\,\delta z\,dx\,dy.$$

Si u est la vitesse de l'onde sonore incidente, u' celle de l'onde réfléchie, R la résistance acoustique spécifique de l'air, on a

$$p = Ru - Ru' - R\dot{z}$$

et, par l'équation de continuité $u + u' = \dot{z}$,

$$p = 2R(u - \dot{z}).$$

Le déplacement virtuel en (x, y) est, lui,

$$\delta x = \sum_{rs} f_{rs}\,\delta A_{rs}.$$

Donc

$$\begin{aligned} F_{rs} &= \int_0^a \int_0^b 2R\left[u - \sum_{\rho\sigma} \dot{A}_{\rho\sigma} f_{\rho\sigma}(xy)\right] \\ &\quad \times \frac{\partial}{\partial A_{rs}}(\Sigma A_{\rho\sigma} f_{\rho\sigma})\,dx\,dy \\ &= \iint 2Ruf_{rs}\,dx\,dy - \sum_{\rho\sigma} 2R\dot{A}_{\rho\sigma} \\ &\quad \times \iint f_{rs} f_{\rho\sigma}\,dx\,dy \end{aligned}$$

qui se réduit, en vertu de l'orthogonalité des f, à

$$F_{rs} = \frac{2Ruab}{\pi^2 rs}(1 - \cos r\pi)(1 - \cos s\pi) - \frac{1}{2} Rab\dot{A}_{rs}.$$

Notre équation d'onde se présente donc sous deux formes : pour les modes où l'un des indices r, s est pair, on a un régime libre amorti

$$\ddot{A}_{rs} + \frac{2R}{m}\dot{A}_{rs} + \omega_{rs}^2 A_{rs} = 0$$

et pour les modes où les deux indices sont impairs, un régime forcé

$$\ddot{A}_{rs} + \frac{2R}{m}\dot{A}_{rs} + \omega_{rs}^2 A_{rs} = \frac{32Ru}{\pi^2 rsm}.$$

Ce dernier est le seul qui nous intéresse du point de vue de la communication à l'espace situé derrière la plaque des vibrations sonores incidentes. Si $u = \sin\omega t$, la solution qui nous importe est donc

$$z = \sum_{rs} B_{rs} \sin\frac{r\pi x}{a} \sin\frac{s\pi y}{b} \sin(\omega t - \varphi_{rs}),$$

avec

$$B_{rs} = \frac{1{,}6}{rs\omega}\left[1 + \beta_{rs}^2\left(\frac{x_{rs}^2 - 1}{x_{rs}}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}};$$

$$\beta_{rs} = \frac{m\omega_{rs}}{2R}; \qquad x_{rs} = \frac{\omega}{\omega_{rs}}; \qquad \operatorname{tg}\varphi_{rs} = \frac{x_{rs}}{\beta_{rs}(x_{rs}^2 - 1)}.$$

La transparence sera alors, par un calcul sans difficultés,

$$\mathfrak{T} = \sum \frac{B_{rs}^2\omega^2}{4} = \sum \frac{0{,}64}{r^2 s^2} \frac{1}{1 + \beta_{rs}^2\left(\frac{x_{rs}^2 - 1}{x_{rs}}\right)^2} = \Sigma\mathfrak{T}_{rs}.$$

3. **Discussion.** — 1° On voit que $\mathfrak{T}_{rs}$ est symétrique en $\log x_{rs}$; pour $x_{rs} = 1$, il y a un maximum dont la valeur $\frac{1}{(rs)^2}$ est indépendante du paramètre β_{rs}. De même, la largeur de la pointe de résonance, mesurée à un niveau donné $\frac{1}{A}$ du maximum, est indépendante de l'ordre de la résonance; en effet, l'inégalité

$$\frac{\mathfrak{T}_{rs}}{\mathfrak{T}_{rs\,\max}} \geqq \frac{1}{A}$$

donne

$$\Delta\omega = \frac{R}{m}\sqrt{A - 1} \qquad \left(= \frac{3R}{m} \text{ pour } A = 10\right).$$

2° Pour x_{rs} suffisamment différent de 1, $\mathfrak{T}_{rs}$ se confond avec $0{,}64\,(rs\,\beta_{rs}x_{rs})^{-2}$ ou avec $0{,}64x_{rs}\,(rs\,\beta_{rs})^{-2}$ suivant que $x > 1$ ou $x < 1$. Pour fixer les idées sur le degré d'approximation, nous avons tracé (*fig.* 1)

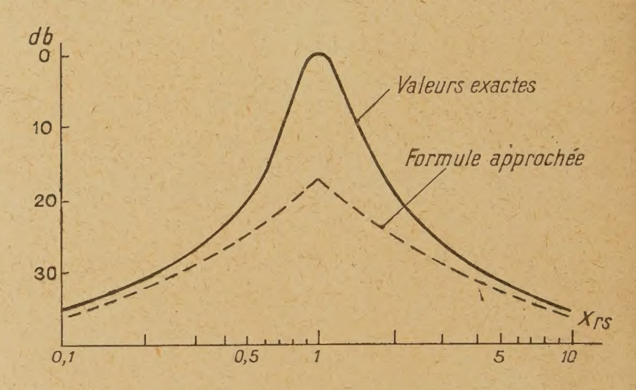


Fig. 1. — Variation de $\mathfrak{T}_{rs}(x_{rs})$ pour $\beta_{rs}^2 = 50$, en *db* de $\mathfrak{T}_{rs\max}$.

la courbe exacte et les deux branches de courbes approchées pour $\beta_{rs}^2 = 50$, valeur du paramètre qui correspond à $m = O(0{,}3)$ et $\omega_{rs} = O$ (3000); on voit qu'en dehors de l'étroite bande « de pointe » définie ci-dessus, la coïncidence est fort bonne.

3° Ceci posé, nous pouvons évaluer la transparence totale d'un panneau pour $\omega \gg \omega_{11}$. La suite des fréquences propres est

$$\omega_{rs} = K\left(\frac{r^2}{a^2} + \frac{s^2}{b^2}\right).$$

Cette expression représente (*fig.* 2) dans le plan des r, s une ellipse de surface $\frac{\pi ab\,\omega_{rs}}{K}$. Les fréquences propres correspondant aux points $r, s = 1, 3, 5, \ldots,$

il y en aura une dans chaque carré de surface 4 du premier quadrant du plan (r, s); le nombre des fréquences propres inférieures à une valeur donnée (c'est-à-dire représentées par des points intérieurs à une ellipse donnée) est donc, avec une approximation d'autant meilleure que ω est plus grand,

Fig. 2. — L'ellipse intérieure représente la courbe

$$\omega = 19^2 b^2 (a^2 + b^2)^{-1} \omega_{11} = 27^2 a^2 (a^2 + b^2)^{-1} \omega_{11}.$$

Les points ● sont les fréquences propres $\omega_{rs} < \omega$, les points + correspondent à $\omega < \omega_{rs} < \omega + \Delta\omega$, et les points ○ à $\omega_{rs} > \omega + \Delta\omega$. $\left(\text{Ici } \Delta\omega \# \frac{\omega}{10}.\right)$

$$N = \frac{\pi a b \omega}{16 K}$$

et entre ω et $\omega + \Delta\omega$ il y en aura

$$\Delta N = \frac{\pi a b}{16 K} \Delta\omega.$$

Cette quantité est indépendante de la fréquence. (Notons en passant que si l'on avait traité le panneau comme une membrane tendue, la suite des fréquences propres aurait procédé suivant les racines carrées de $r^2 + s^2$, et il y aurait eu accumulation aux aiguës; il y a là un moyen de reconnaître laquelle des deux schématisations possibles est plus proche de la réalité.) Soit une tôle d'Al de 1 mm, de dimensions 100×100 cm², on aura (module de Young 7.10^{11}, coefficient de Poisson 0,13),

$$K = \pi^2 \sqrt{\frac{7.10^{11}.10^{-2}}{12.2,7(1 - \overline{0,13}^2)}} = 1,48.10^5;$$

$$\Delta N = \frac{\pi.10^4 \Delta\omega}{46.1,48.10^5} = 5 \qquad \text{pour 50 Hz.}$$

Cette densité est telle qu'on pourra considérer toute fréquence donnée (très grande devant la fondamentale) comme une fréquence propre multiple dont les ordres r, s satisfont à

$$\frac{r^2}{a^2} + \frac{s^2}{b^2} = \frac{\omega}{K}$$

avec r, s entiers impairs; la transparence $\mathcal{T}(\omega)$ à la pulsation considérée se composera de trois sommes, la première correspondant à tous les termes résonant dans l'intervalle $(\omega, \omega + \Delta\omega)$, la deuxième et la troisième respectivement à tous ceux qui résonnent au-dessous et au-dessus de ω. Nous écrirons

$$\mathcal{T} = \sum_{\omega} \frac{0,64}{r^2 s^2} + \sum_{<\omega} \mathcal{T}_{rs} + \sum_{>\omega} \mathcal{T}_{rs}.$$

4° Pour ω grand, on a avec une approximation suffisante

$$\sum_{\omega} \frac{1}{r^2 s^2} = \frac{1}{2} \int_1^{\sqrt{\frac{a^2 \omega}{K}} - 1} \frac{dr}{r^2 \frac{b^2}{a^2}\left(\frac{\omega a^2}{K} - r^2\right)} \# \frac{1}{2} \frac{K}{a^2 \omega}$$

ou, en intégrant en s,

$$\frac{1}{2} \int_1^{\sqrt{\frac{b^2 \omega}{K}} - 1} \frac{ds}{s^2 \frac{a^2}{b^2}\left(\frac{b^2 \omega}{K} - s^2\right)} \# \frac{K}{2 b^2 \omega},$$

nous prendrons la moyenne géométrique, soit

$$\sum_{\omega} \frac{1}{r^2 s^2} = \frac{K}{2 a b \omega},$$

ce qui équivaut à ne distinguer les panneaux, du point de vue de la dimension, que par leur superficie et non par leur forme plus ou moins éloignée du carré.

5° Pour les deux autres sommes, on a, en adoptant pour $\mathcal{T}_{rs}$ les expressions approchées du 2°,

$$\sum_{>\omega} = \frac{4\omega^2}{\left(\frac{m}{R}\right)^2} 0,64 \sum_{>\omega} \frac{1}{r^2 s^2 \omega_{rs}^4},$$

$$\sum_{<\omega} = \frac{4}{\left(\frac{m}{R}\right)^2 \omega^2} 0,64 \sum_{<\omega} \frac{1}{r^2 s^2}.$$

D'ailleurs, comme $\omega_{rs} > \omega$ dans la première somme,

$$0 < \sum_{>\omega} < \frac{4\omega^2}{\left(\frac{m}{R}\right)^2} 0,64 \sum_{>\omega} \frac{1}{r^2 s^2} \frac{1}{\omega^4}$$

et, par suite,

$$\frac{0,64 K}{2 a b \omega} < \mathcal{T} < \frac{0,64 K}{2 a b \omega} + \frac{2,56}{\left(\frac{m}{R}\right)^2 \omega^2} \sum_{\neq\omega} \frac{1}{r^2 s^2},$$

où la notation $\sum_{\neq\omega}$ désigne une sommation étendue

à tous les r, s impairs $\left(\text{soit} \sum_\infty\right)$, moins les termes qui résonnent dans la bande $(\omega, \Delta\omega)$. Donc

$$\sum_{\neq\omega} = \sum_\infty \frac{1}{r^2 s^2} - \frac{K}{2ab\omega}.$$

Pour calculer $\sum_\infty$, nous pouvons regrouper les termes, la série étant absolument convergente, et écrire

$$\sum_\infty \frac{1}{r^2 s^2} = \sum\left(\frac{1}{r^2}\sum\frac{1}{s^2}\right) = \left(\sum\frac{1}{r^2}\right)^2.$$

Or on se rappellera que

$$f(z) = \frac{\cos z}{1^2} + \frac{\cos 3z}{3^2} + \frac{\cos 5z}{5^2} + \ldots = \frac{\pi(\pi - z)}{8}.$$

Donc

$$\sum_\infty = [f(0)]^2 = \frac{\pi^4}{64} \# \frac{1}{0,64}.$$

Finalement

$$\frac{0,32K}{ab}\frac{1}{\omega} < \mathcal{T} < \frac{0,32K}{ab}\frac{1}{\omega} + \frac{4R^2}{m^2}\frac{1}{\omega^2} - \frac{1,28KR^2}{abm^2}\frac{1}{\omega^3}.$$

Le deuxième terme correctif sera toujours négligeable; l'importance relative du premier dépendra essentiellement de la valeur du produit a, b. Pour les mailles plus petites, il ne sera sensible qu'aux graves.

6° Si nous examinons maintenant le cas des fréquences très basses, inférieures à la fondamentale, il n'y aura dans la composition de $\mathcal{T}$ que la troisième somme à faire intervenir

$$\mathcal{T} = \sum_{>\omega} \mathcal{T}_{rs} = \frac{4\cdot 0,64 R^2\omega^2}{m^2}\sum_\infty \frac{1}{r^2 s^2 \omega_{rs}^4}$$

et comme toutes les ω_{rs} sont supérieures ou égales à ω_{11},

$$\mathcal{T} < \frac{2,56R^2\omega^2}{m^2\omega_{11}^4}\sum_\infty \frac{1}{r^2s^2} < \frac{2,56R^2\omega^2}{m^2\omega^4}\sum_\infty\frac{1}{r^2s^2}.$$

D'autre part, $\mathcal{T}$ est supérieur à son premier terme $\mathcal{T}_{11}$, lequel vaut approximativement (par défaut)

$$\frac{0,64\,\omega^2}{\left(\dfrac{m^2}{4R^2}\right)\omega_{11}^4}, \qquad \text{pour } x_{11} < 1;$$

finalement, aux fréquences très graves,

$$\frac{2,56R^2\omega^2}{m^2\omega_{11}^4} < \mathcal{T} < \frac{4R^2\omega^2}{m^2\omega_{11}^4} < \frac{4R^2}{m^2\omega^2}.$$

4. Comparaison avec la théorie de Davis. — Le problème que nous venons de traiter a été résolu par A.-H. Davis (*Phil. Mag.*, 1933, **15**, p. 309), qui a considéré simplement le panneau comme un piston vibrant parallèlement à lui-même; le système est alors à un seul degré de liberté, et donne, après des calculs élémentaires,

$$\mathcal{T}_D = \frac{1}{1 + \left(\dfrac{m}{2R}\right)^2 \Omega^2 \left(\dfrac{1 - x^2}{x}\right)^2},$$

où $x = \frac{\omega}{\Omega}$ et Ω est la fréquence propre du piston. Davis écrit à la vérité une expression de cette fréquence propre en fonction de la « contrainte élastique du panneau », mais il s'agit d'un simple artifice de langage, car cette contrainte d'un piston fictif n'a aucune signification précise. Il paraît raisonnable de prendre pour Ω la valeur effective de la pulsation propre fondamentale de la plaque réelle, soit dans notre notation $K\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right)$. Si la fréquence du son incident est suffisamment élevée (x grand), on aura l'approximation analogue à celles qui nous ont servi ci-dessus

$$\mathcal{T}_D = \frac{4R^2}{m^2\omega^2};$$

la transparence selon Davis est donc égale à notre terme correctif tout seul. Suivant ce qui a été dit de ce terme, on peut prévoir un écart important entre les deux formules, surtout pour les mailles de petite surface et aux fréquences aiguës; il ne devrait donc pas être difficile de départager les deux théories par un appel à l'expérience.

5. Conclusions. — 1° *Effet de la dimension des mailles.* — On voit qu'à l'approximation adoptée ci-dessus, la borne inférieure de la transparence varie en raison inverse de la surface de la plaque vibrante, c'est-à-dire en pratique des mailles de l'armature rigide à quoi le panneau est fixé, ces mailles subdivisant le panneau en plaques $a \times b$ que l'on suppose vibrer séparément. La borne supérieure varie moins vite avec ab, puisqu'elle contient un terme indépendant des dimensions; l'importance de ce terme correctif en $\frac{1}{\omega^2}$ se fera surtout sentir aux basses. En augmentant la surface des mailles, on doit donc améliorer l'absorption du panneau, à coup sûr aux aiguës, sans doute moins aux basses; ce résultat était d'ailleurs intuitif.

Pour fixer les idées, faisons une application numérique, que nous confronterons plus loin avec l'expérience : soit une tôle d'Al de 1 mm d'épaisseur, formant des mailles de dimensions différentes; le Tableau I ci-contre donne les bornes $\mathcal{T}'$ et $\mathcal{T}''$ de la transparence, suivant notre formule, et la transparence $\mathcal{T}_D$ suivant Davis, le tout en décibels au-dessous du niveau de l'énergie incidente.

2° *Effet de la masse par unité de surface.* — Soit μ le rapport des masses m, m' de deux panneaux identiques par ailleurs : la borne inférieure de $\mathcal{T}$ variera comme K, c'est-à-dire comme $\sqrt{\mu}$, et le

terme correctif de la borne supérieure variera comme μ^2. En augmentant la charge unitaire d'un panneau, c'est-à-dire en faisant $\mu < 1$, on accroît l'absorption; $\mathfrak{T}'$ varie relativement peu (de 1,5 db lorsque la charge est doublée); aux graves, l'influence de la surcharge est importante, car elle peut diminuer le terme correctif jusqu'à le rendre négligeable. L'effet de la surcharge est donc un accroissement d'absorption, surtout marqué aux graves : nous aurons à appliquer ce résultat.

Tableau I

Panneau n° ...	A.			0.			A′.			1.		
(ab) cm² = ...	200 × 100.			100 × 100.			33 × 100.			33 × 25.		
ω_{11} = ...	18,5.			29,6.			148.			370.		
	$\mathfrak{T}'$.	$\mathfrak{T}''$.	$\mathfrak{T}_{\mathfrak{D}}$.	$\mathfrak{T}'$.	$\mathfrak{T}''$.	$\mathfrak{T}_{\mathfrak{D}}$.	$\mathfrak{T}'$.	$\mathfrak{T}''$.	$\mathfrak{T}_{\mathfrak{D}}$.	$\mathfrak{T}'$.	$\mathfrak{T}''$.	$\mathfrak{T}_{\mathfrak{D}}$.
ω = 1000.....	26	11	11	23	11	11	18	10	11	13	8	11
3000.....	31	20	20	28	20	20	23	19	20	18	15	20
6000.....	34	26	26	31	25	26	26	23	26	21	20	26
12000.....	37	31	32	34	30	32	29	28	32	24	22	32
24000.....	40	36	38	37	34	38	32	31	38	27	26	38

II. — Vérifications expérimentales.

6. Importance d'un relevé continu et automatique des caractéristiques d'absorption. — Les grandeurs $\mathfrak{T}$ sont définies comme le rapport de deux intensités acoustiques. Pratiquement, ce sont des intensités électriques que l'on mesure, après une double transformation « excitation électrique constante → haut-parleur → microphone → courant électrique ». Cette transformation a pour caractéristique une certaine fonction $g(\omega)$, de sorte que le rapport qu'il s'agit de prendre est

$$\frac{W(\omega)\,g(\omega)}{W_0(\omega)\,g(\omega)}.$$

Si les mesures sont faites point par point, on se trouve devant un dilemme dont les deux branches présentent de graves inconvénients : ou bien, en effet, on choisit une fréquence et l'on mesure les deux réponses Wg et W_0g avant de passer à la fréquence suivante, ce qui exige le descellement du panneau après la détermination de chaque point, et multiplie par suite un travail fastidieux qui courra le risque de ne pas être exécuté à la longue avec tout le soin nécessaire; ou bien, solution que chacun finirait par adopter en fait, on effectue une série de mesures Wg à différentes fréquences, puis une série W_0g aux mêmes fréquences. Mais si l'on a gagné ainsi beaucoup de temps et de peine, on n'est plus certain de comparer entre elles des ordonnées correspondant rigoureusement aux mêmes fréquences; l'erreur $\delta\omega$ se traduira par une erreur relative

$$\frac{\delta W}{W} + \frac{\delta g}{g}$$

sur les coefficients d'absorption.

Or si l'on peut admettre, moyennant un choix convenable de la source et du récepteur, que g varie lentement avec ω, de sorte que le deuxième terme de l'erreur soit négligeable, il n'en sera pas de même du premier; W présente de nombreuses résonances, très aiguës, et séparées par quelques périodes seulement, surtout aux fréquences élevées. On peut bien, au cours des deux séries de mesures, s'astreindre à se placer toujours « sur la pointe » ou « dans le creux »; encore ne sait-on pas s'il ne s'agit pas de la pointe ou du creux voisins. On conçoit qu'il soit possible, de la sorte, d'obtenir des coefficients d'absorption entachés d'erreurs tout à fait imprévisibles.

Ces difficultés disparaissent si, au lieu de procéder à des mesures point par point, on arrive à décrire d'un trait continu la courbe de réponse, en faisant varier de façon continue la pulsation des ondes sonores. Même si l'échelle des fréquences n'était pas définie avec une stabilité parfaite il serait aisé, saisissant l'allure de toute la courbe d'un coup d'œil : 1° de moyenner les résultats, et de comparer entre elles deux courbes expurgées d'incidents sans intérêt (car il est évident que peu nous importe l'absorption pour une fréquence isolée, si elle diffère notablement des absorptions pour des fréquences immédiatement voisines); et 2° faire correspondre les points remarquables sans crainte d'erreur. Enfin un relevé automatique des courbes facilite évidemment la technique des essais.

Nous nous sommes donc imposé la condition que les relevés soient à la fois continus et automatiques, c'est-à-dire que la variation de la fréquence acoustique commande l'inscription directe d'une courbe de réponse $W(\omega)$. Le problème se décompose en deux parties, correspondant aux deux coordonnées. Étant admis que le tracé de la courbe

se fera à l'oscillographe cathodique, il s'agit en somme de produire deux tensions fonctions monotones de W et de ω respectivement, dans les intervalles de variation utile de ces grandeurs; ces deux tensions, appliquées aux deux paires de plaques déviatrices de l'oscillographe, détermineront le tracé désiré. Pour les fréquences, il sera particulièrement commode d'avoir une loi logarithmique; pour les intensités, on pourrait s'arrêter à une échelle linéaire, mais ici encore une échelle logarithmique sera bien préférable, car elle permettra d'avoir l'absorption en décibels par simple soustraction des ordonnées de même abscisse des deux courbes, au lieu qu'une division eût été nécessaire si la loi des intensités avait été linéaire.

2. **Obtention d'une échelle logarithmique des fréquences.** — On sait (1) que le carré de la constante de transfert d'un quadripôle passif s'exprime toujours, en fonction de la fréquence, par une fraction rationnelle en ω^2, soit $x^2 = \frac{P(\omega^2)}{Q(\omega^2)}$. Les coefficients des polynomes P et Q dépendent de

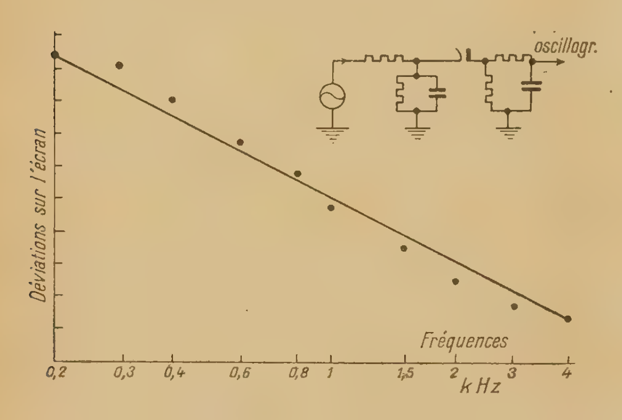


Fig. 3. — Étalonnage du transformateur (U, f).

façon généralement biunivoque des impédances constitutives du quadripôle; une fois choisis de façon à assurer à x une allure donnée en fonction de ω, ils permettront de calculer les impédances en question. (Notons en passant que le problème n'admettra pas toujours de solutions acceptables, car les impédances calculées sont soumises à certaines conditions de réalité et de signe.) Si m et n sont les degrés respectifs de P et de Q, on dispose de $m + n + 2$ coefficients arbitraires, ce qui permettra de faire passer la courbe $x(\omega)$ par $m + n + 2$ ponts fixes à l'avance.

Si nous nous proposons, par exemple, de réaliser la loi

$$x = a + b \log \omega = a + \frac{1}{2} b \log y \qquad (y = \omega^2),$$

on pourra trouver, par exemple, dans le répertoire des filtres de Zobel, des structures plus ou moins compliquées qui permettraient de vérifier cette relation en 4, 5, 6, ... points de l'échelle. Nous avons jugé tout à fait suffisant d'assurer cette coïncidence aux frontières et au milieu de l'intervalle, ce qui permet d'utiliser la cellule extrêmement simple de la figure 3. La loi de transformation est, pour cette cellule,

$$x = r[(r + R)^2 + r^2 R^2 C^2 y]^{-\frac{1}{2}}$$

et l'on voit par la courbe d'étalonnage ci-contre que l'approximation est encore excellente, moyennant un choix approprié des résistances et de la capacité, dans tout l'intervalle de variation de la fréquence.

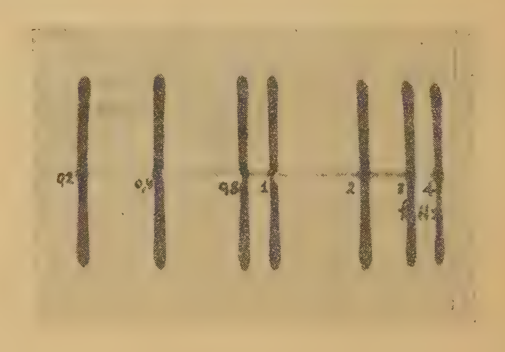


Fig. 4.

Pour transformer les x en déviations sur l'oscillographe cathodique, il suffit de fermer le quadripôle, alimenté par le générateur de fréquence ω, sur une diode et une résistance, cette dernière en parallèle avec une résistance et une capacité de manière à en filtrer le débit : on obtient ainsi aux bornes de la capacité une tension continue à appliquer aux plaques « fréquence » de l'oscillographe. La figure 4 donne un exemple d'échelle de fréquences photographiée sur l'écran.

3. **Amplification logarithmique du courant microphonique.** — On sait depuis Ballantine (2) qu'il est possible de choisir les conditions de fonctionnement d'une lampe à pente variable de manière que son courant anodique soit proportionnel au logarithme de la tension du signal appliqué à la grille. Il sera aisé de trouver ces conditions de

(1) *Voir*, par exemple : ZOBEL, *Bell Syst. Tech. J.*, 1928, p. 438.

(2) *Electronics*, janvier 1931; *J. Acoust. Soc. Am.*, juillet 1933.

onctionnement, pour une lampe donnée, en traçant ın réseau de caractéristiques dynamiques sur du papier à graduation linéaire dans une dimension et exponentielle dans l'autre; on s'apercevra qu'elles correspondent, pour une pentode, à une tension de grille écran assez faible et à une résistance de charge peu élevée. Nous avons pu, en utilisant une E F. 9, obtenir une réponse bien logarithmique pour des signaux allant de 1 à 10 V environ, avec courant sensiblement indifférent à toute variation de signal au-dessous de 1 V ou au-dessus de 10 V;

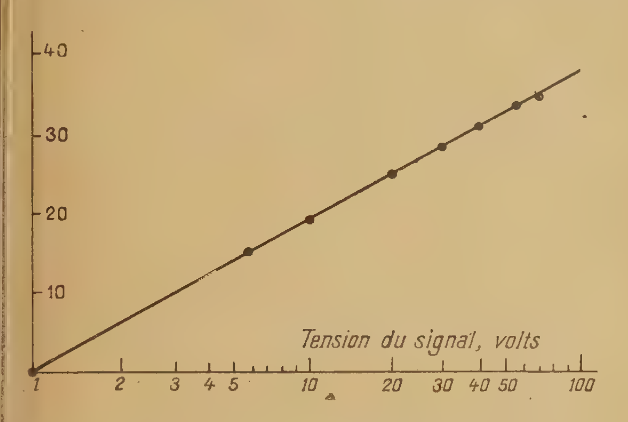


Fig. 5. — Étalonnage de l'amplificateur logarithmique.

en faisant débiter le préamplificateur du microphone sur des transformateurs de rapport convenable attaquant les grilles de deux E F. 9, on peut faire répondre la première dans une gamme d'intensité, la deuxième reprenant au point où la première devient insensible; il suffit donc d'appliquer

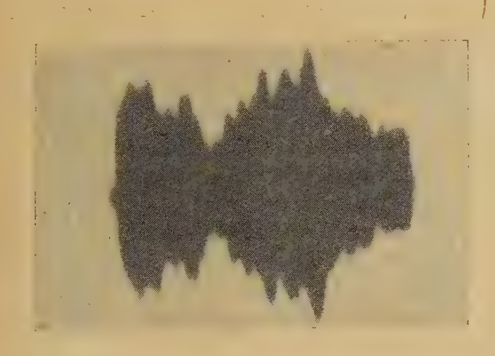


Fig. 6.

aux plaques déviatrices « microphone » de l'oscillographe, après redressement et filtrage comme dans le cas des abscisses, la *somme* des chutes de tensions anodiques de ces deux lampes. Ce montage un peu hétérodoxe nous a permis (avec deux lampes E F. 9 et une diode) d'obtenir une réponse très satisfaisante entre 1 et 70 V, soit 37 db, intervalle de variation qui suffit largement dans notre cas. La figure 5 représente l'étalonnage de l'amplificateur logarithmique directement en millimètres de déviation sur l'écran de l'oscillographe, la figure 6 une courbe de réponse relevée avec un amplificateur linéaire, et la figure 7 — la même courbe de réponse avec l'amplificateur logarithmique. La transformation graphique a bien vérifié la concordance des deux tracés.

Notons que pour avoir des oscillogrammes non déformés par la courbure de l'écran et les aberrations

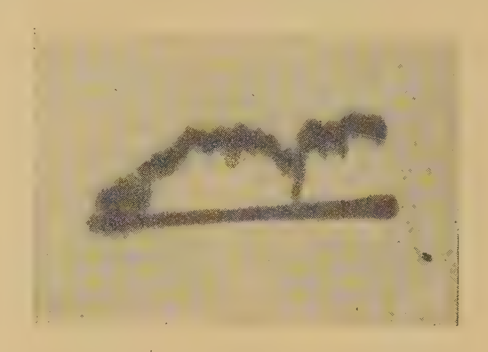


Fig. 7.

il convient de n'utiliser que la zone centrale, qui dans le cas du tube classique de 11 cm de diamètre utilisé forme un rectangle de 4×6 cm² environ.

3. **Résultats.** — Nous avons confronté les théories du Chapitre I avec les mesures faites sur quatre panneaux en tôle d'Al de 1 mm, ayant respectivement les dimensions de mailles du Tableau, c'est-à-dire :

Panneau n°	A.	0.	A'.	1.
Mailles (cm²).....	200×100	100×100	33×100	33×25

Pour préciser, A et 0 consistent en une seule maille scellée dans un cadre rigide en acier profilé; A′ est composé de six mailles, le bord extérieur du panneau étant scellé comme pour A et des profilés en croix de Lorraine rivés à la tôle formant les subdivisions internes; 1 est dérivé de 0 comme A′ de A, avec cinq nervures intérieures. L'hypothèse suivant laquelle chaque maille vibre comme une plaque posée sur des bords fixes n'est sans doute pas éloignée de la réalité, encore qu'il serait intéressant de reprendre le problème en supposant une certaine élasticité aux nervures.

La figure 8 représente en traits pleins les caractéristiques de transparence relevées expérimentalement, en traits interrompus les bornes calculées

par notre formule, en trait mixte les valeurs calculées selon Davis. La comparaison de ces différentes courbes permet de tirer les conclusions suivantes :

1° L'accord numérique entre l'expérience et notre théorie s'est avéré meilleur que nous ne l'avions espéré; l'imprécision des mesures étant de l'ordre de 2 db au mieux, on peut dire que les points expérimentaux ne sortent de la zone théorique qu'exceptionnellement. Du point de vue qualitatif la variation affecte plutôt l'allure en $\frac{1}{\omega}$ de la borne supérieure; on pourrait donc affecter notre terme correctif d'un coefficient $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{4}$ et écrire le résultat sous forme d'égalité approchée

$$\mathcal{T} \neq \frac{0{,}32\,K}{ab\,\omega} + \frac{R^2}{m^2\,\omega^2}.$$

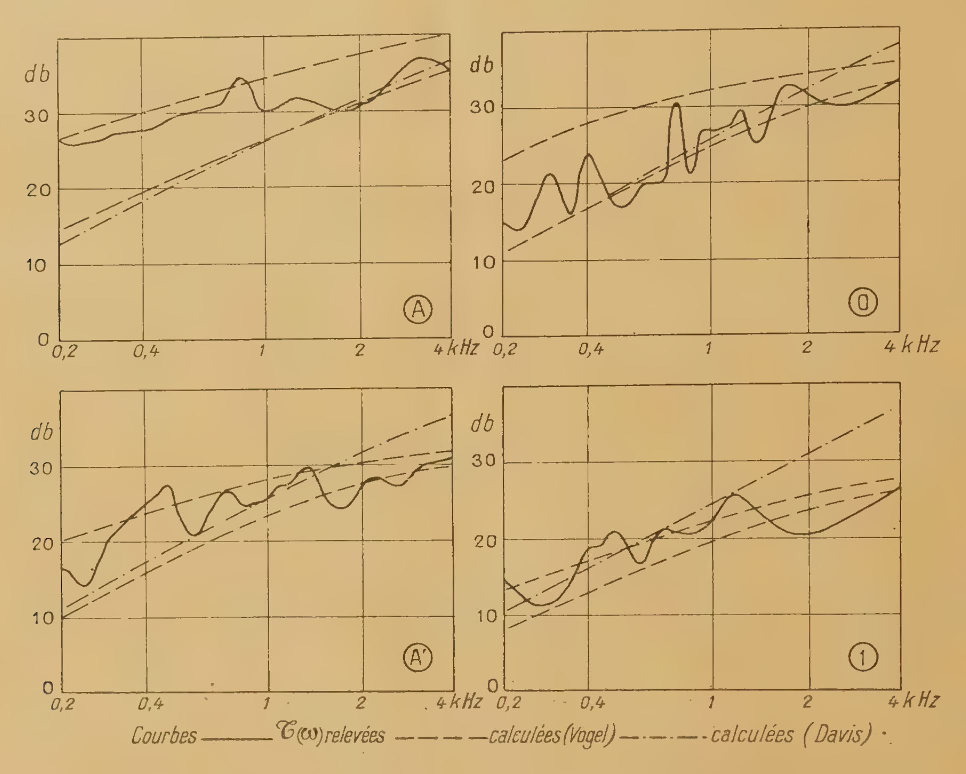


Fig. 8. — Panneaux élastiques nus (Al 1 mm ≠),
Mailles : A ... 200 × 100 cm²; O ... 100 × 100 cm², A' ... 33 × 100 cm² : 1 ... 33 × 25 cm².

2° La transparence est d autant plus faible que la surface des mailles est plus grande. Ce résultat nous semble établi de façon très nette. Si l'on voulait l' « expliquer », on pourrait peut-être dire que c'est aux environs de son fondamental que la maille transmet le mieux, et qu'en rejetant le fondamental vers les infrasons on diminue la transparence totale; il ne saurait d'ailleurs être question de rejeter, au contraire, le fondamental vers les ultrasons; on aboutirait à des épaisseurs ou à des surfaces pour lesquelles les phénomènes seraient totalement différents de ceux qui se passent dans les plaques de la mécanique rationnelle. D'ailleurs ce mode de raisonnement est trop grossier pour qu'on puisse en user autrement que par après coup, comme nous le faisons ici.

3° La théorie de Davis donne une allure de variation qui s'écarte très sensiblement de la réalité dans toutes les conditions; mais son accord numérique avec l'expérience n'est pas trop mauvais aux graves pour les petites mailles, aux aiguës pour les grandes. Dans certains problèmes qu'il serait impossible d'aborder sans réduire à 1 le nombre de degrés de liberté, peut-être ne serait-il donc pas illicite d'utiliser cette théorie en première approximation, quitte à chercher un terme correctif qui ferait intervenir les dimensions de la maille.

4° Pour ce qui est de l'allure irrégulière des courbes relevées, il ne faut pas s'en étonner; la répartition dense des fréquences de résonance, que nous avons postulée dans la théorie approchée, est d'autant moins bien réalisée que l'on considère des fréquences moins élevées; le premier terme

n $\frac{1}{\omega}$, qui provenait d'une intégration effectuée à la place d'une sommation, ne pouvait qu'aplanir les irrégularités réelles.

Tels quels, les résultats obtenus nous paraissent suffisamment encourageants pour qu'on puisse espérer rendre compte, par une extension de la présente théorie, du comportement de plaques hétérogènes, à revêtements poreux et analogues. C'est ce que nous chercherons à faire dans une prochaine publication.

Manuscrit reçu le 11 avril 1946.

LE COEFFICIENT DE COMPRESSIBILITÉ DES FLUIDES PEUT-IL ÊTRE DÉDUIT DU DIAGRAMME DE DIFFUSION DES RAYONS X?

PAR M. J. YVON.

Sommaire. — Lorsque l'angle de diffusion est nul, l'intensité des rayons X diffusés par un fluide est liée d'une manière simple au coefficient de compressibilité. La formule théorique est vérifiée qualitativement, mais les seules évaluations numériques possibles (relatives à l'argon) sont peu satisfaisantes.

1. Formule fondamentale. — Suivons d'abord les notations de N. S. Gingrich (1). Par observation de la diffusion des rayons X dans un liquide monoatomique, l'expérience donne l'intensité diffusée I dans une certaine direction en valeur relative, corrigée des effets d'absorption, de polarisation et de la diffusion incohérente. En s'aidant des facteurs de structure l'expérience permet de calculer de plus quelle serait l'intensité cohérente diffusée par le milieu, soit Nf^2, si les atomes diffusaient indépendamment les uns des autres. L'expression

$$i(s) = \left(\frac{I}{Nf^2} - 1\right) \tag{1}$$

est une fonction de $s = \frac{4\pi \sin\theta}{\lambda}$, θ étant l'angle formé par le rayon diffusé avec le prolongement du rayon incident et λ la longueur d'onde. Les mémoires de Gingrich et des autres spécialistes donnent la représentation graphique de I et de Nf^2 en fonction de s.

Désignons maintenant par ν le nombre d'atomes par centimètre cube, par

$$\nu^2 a(r)\, d\tau_1\, d\tau_2 \tag{2}$$

la probabilité de trouver simultanément le centre d'un atome quelconque dans l'élément de volume $d\tau_1$, et le centre d'un autre atome quelconque dans $d\tau_2$. r est la distance des deux éléments de volume envisagés; $\nu^2 a(r)$ est ce que j'ai appelé ailleurs la *densité moléculaire simultanée*; $a(r)$ est un nombre sans dimensions (2), égal à zéro pour les très petites distances, dont la valeur asymptotique est 1 et qui caractérise la structure fine du liquide, autrement dit l'ordre à petite distance qui y règne. $a(r)$ étant connu, $i(s)$ se calcule par l'intégrale

$$si(s) = \nu \int_0^\infty 4\pi r(a-1)\sin sr\, dr. \tag{3}$$

L'inversion de cette intégrale de Fourier permet d'exprimer $a(r)$ en fonction de $i(s)$

$$r[a(r)-1] = \frac{1}{2\pi^2\nu}\int_0^\infty si(s)\sin sr\, ds. \tag{4}$$

Les mémoires de Gingrich (1), de Eisenstein et Gingrich (3) donnent la représentation graphique de

$$4\pi r^2 \nu a(r). \tag{5}$$

Plus récemment, Campbell et Hildebrand (4) donnent également la représentation graphique de $a(r)$.

Ces généralités rappelées, je désire insister sur une particularité de la formule (3). Quand s tend vers zéro, c'est-à-dire pour les faibles angles de diffusion, i prend la valeur

$$i(0) = 4\pi\nu\int_0^\infty r^2(a-1)\, dr. \tag{6}$$

(1) N. S. GINGRICH, *Rev. of mod. Physics*, 1943, **15**, p. 90.

(2) $a(r)$ est désigné par la notation w dans le mémoire original de Menke.

(3) A. EISENSTEIN et N. S. GINGRICH, *Phys. Rev.*, 1942, **62**, p. 261.

(4) J. A. CAMPBELL et J. A. HILDEBRAND, *J. of Chemical Physics*, 1943, **11**, p. 330 et 334.

Mais, β étant le coefficient de compressibilité isotherme, k la constante de Boltzmann et T la température absolue, la formule d'Ornstein et Zernike ([5])

$$4\pi\nu \int_0^\infty r^2(a-1)\,\mathrm{d}r = kT\beta\nu - 1 \qquad (7)$$

conduit au résultat simple

$$i(0) = kT\beta\nu - 1. \qquad (8)$$

Cette valeur est nécessairement un maximum ou un minimum.

2. **Discussion.** — Qualitativement, la formule (8) nous apprend que $i(0)$ ne diffère pratiquement pas de -1 dans les liquides ordinaires qui sont peu compressibles; c'est au contraire un nombre positif élevé au voisinage du point critique et, dans le domaine d'application approchée des lois des gaz parfaits, étant donné que les fluides étudiés sont tous plus compressibles que ne l'indique la loi de Mariotte, c'est une petite quantité positive.

Les déterminations expérimentales, malheureusement, ne permettent de connaître $i(0)$ que par une extrapolation très médiocre; en effet l'observation est gênée, au voisinage de $s = 0$, par le prolongement du faisceau incident. C'est ainsi que, à propos du mercure, le plus petit anneau de diffusion avait échappé aux premières déterminations ([4]). Il n'y a toutefois aucun doute que la formule (8) ne donne une description d'ensemble correcte des phénomènes; $i(0) + 1$ est donné comme nul pour le mercure liquide par Campbell et Hildebrand. La variation générale de $i(0)$ est donnée pour l'argon par Eisenstein et Gingrich ([3]).

Dans le domaine critique, $i(0)$ est un maximum absolu de $i(s)$. A l'état liquide, près du point triple, c'est au contraire un minimum absolu. Le passage du second cas au premier, en particulier en suivant la courbe de vaporisation, a lieu d'une manière caractéristique : $i(0)$ se manifeste dans cette zone de transition comme un maximum relatif de $i(s)$ qui est voisin d'un minimum accentué situé entre $s = 0,5$ et $s = 1$; sur un cliché positif apparaîtrait un centre clair bordé d'un anneau sombre de petit rayon.

([5]) *Cf.* J. Yvon, *Actualités scientifiques et industrielles*, Paris, 1937, n°s **542** et **543**, p. 40 et 99.

Le seul cas où une extrapolation quantitative de $i(0)$ soit possible correspond aux graphiques publiés par Eisenstein et Gingrich pour l'argon liquide au voisinage du point triple. Cette extrapolation, toutefois, doit être assez médiocre puisqu'elle conduit à une valeur plus grande pour la température de 84°,4 K que pour la température de 91°,8 K, ce qui ne correspond ni à la ligne générale du phénomène, ni aux prévisions théoriques. Les estimations sont les suivantes :

$$T = 84°4\ \mathrm{K}, \qquad i(0) + 1 = 0,12,$$
$$T = 91°8\ \mathrm{K}, \qquad i(0) + 1 = 0,10.$$

Quoi qu'il en soit, appliquons à l'argon la formule (8) en vue de calculer son coefficient de compressibilité isotherme à 84°,4 K, près du point triple. La densité de l'argon est alors 1,4 g : cm^3 et le calcul donne

$$\beta = 0,12 : [82,1 \times 84,4 \times (1,4 : 39,9)] = 480.10^{-6}\ \mathrm{atm}^{-1}.$$

Ce résultat numérique est notablement supérieur à ce qu'on pouvait prévoir. L'estimation du coefficient de compressibilité de l'argon d'après le réseau d'isotherme dessiné par Rice ([6]), assez incertaine, conduit toutefois à une évaluation comprise entre 50 et 200.10^{-6} atm^{-1}.

Dans le cas du xénon liquide, les graphiques de Campbell et Hildebrand ne permettent pas une extrapolation aussi fine, les auteurs se sont contentés de prolonger en pointillé leurs courbes jusqu'au minimum $i(0) = -1$. Le coefficient de compressibilité déduit de leurs données relatives aux volumes spécifiques vaut à 183° K : 350.10^{-6} atm^{-1}. Cette valeur, introduite dans la formule (8), conduit au résultat suivant : $i(0) + 1 = 0,12$.

La conclusion de cet examen est, je crois, qu'une discussion satisfaisante de la formule (8) dépasse encore les possibilités expérimentales. Mais il ne faudrait pas interroger l'expérience seulement dans un domaine où la théorie est facile alors que les mesures sont difficiles : les diagrammes de diffusion des rayons X par les liquides monoatomiques doivent déjà nous permettre de déterminer la loi des forces qui s'exercent entre les atomes, si toutefois cette notion a un sens précis.

([6]) O. K. Rice, *J. of Chemical Physics*, 1946, **14**, p. 327.

Manuscrit reçu le 11 juillet 1946.

SPECTRE DE L'AZOTE DANS UNE ATMOSPHÈRE DE XÉNON

Par Mme Renée HERMAN et Louis HERMAN.

Sommaire. — Le but de ce travail est d'exposer les premiers résultats obtenus en excitant l'azote sous une très faible pression partielle, dans une atmosphère de xénon.

Dans l'infrarouge on observe le premier système positif avec une répartition d'intensité correspondant à une faible température de vibration. Dans le visible et l'ultraviolet jusque vers 2800 Å, on observe le deuxième système positif et les bandes de Vegard-Kaplan avec des intensités de même ordre, au delà de 2800 Å, seules les bandes de Vegard-Kaplan apparaissent. La raie interdite 3466 Å (^4S-^2D) de l'azote est émise également, quant à la raie 5200 Å, il est impossible de la séparer d'une raie de KrII située à 5201 Å.

Le développement du système A—X est remarquable, on observe 45 bandes correspondant à des valeurs de v' allant de 0 à 5. Les longueurs d'onde mesurées sont en accord avec la formule de Janin. Les bandes observées se placent sensiblement sur une parabole, elle est moins ouverte, *a priori*, que celle de Franck-Condon, étant donnée la faible dispersion vers les grandes longueurs d'onde et l'absorption du quartz vers les courtes longueurs d'onde. Contrairement aux résultats de Bernard, les bandes ultraviolettes sont plus développées que les bandes visibles. Cette extension du système A—X est intéressante en raison de l'importance de cette transition dans le rayonnement du ciel nocturne.

Outre ces systèmes déjà connus, on observe, lorsque la pression d'azote est assez faible, une bande pseudo-continue, présentant des fluctuations d'intensité et limitée vers les grandes longueurs d'onde par la raie 4923 Å du xénon. Il est possible que cette bande soit due à une molécule triatomique résultant d'un choc entre deux atomes d'azote ^4S et ^2P avec un atome de xénon à l'état fondamental.

Malgré le grand nombre de travaux déjà publiés sur le spectre de l'azote, de nombreuses particularités restent encore à expliquer. Ainsi, on n'a pas réussi jusqu'ici à exciter les raies et bandes interdites avec la distribution d'intensité observée dans la haute atmosphère; de même, les modifications du spectre d'émission, observées en présence de gaz rares, n'ont pas encore trouvé d'explication satisfaisante.

L'objet du présent travail est d'exposer les résultats que nous avons obtenus jusqu'à maintenant en excitant l'azote sous une très faible pression partielle en présence de xénon.

Préparation du tube. — La source employée était constituée par un tube cylindrique en verre « pyrex » de 35 mm de diamètre et de 150 cm de long. Deux électrodes en aluminium étaient fixées sur le côté, aux deux extrémités. L'une de ces dernières portait une fenêtre plane en quartz fondu et l'autre un ensemble de tubulures et un ballon destiné à purifier le xénon et à ajouter de petites quantités d'azote. Le ballon de 8 cm de diamètre était muni de deux électrodes de petites dimensions en alliage à haute teneur en magnésium; les tubulures contenaient de l'azothydrate de sodium et de l'anhydride phosphorique. L'ensemble de l'appareil est reproduit schématiquement sur la figure 1.

La préparation du tube à décharge s'effectue de la façon suivante :

1° On fait un vide sommaire en pompant jusqu'à ce qu'il n'y ait plus qu'un dégagement très lent des gaz occlus dans les électrodes et les parois;

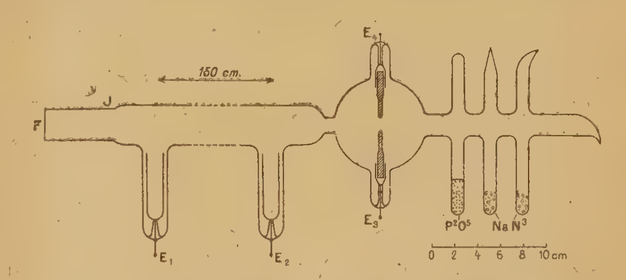


Fig. 1. — *Schéma du tube à décharge :* F, fenêtre en quartz fondu; J, joint quartz-pyrex; E_1, E_2, électrodes en aluminium; E_3, E_4, électrodes en alliage à haute teneur en magnésium; longueur du tube entre les électrodes E_1 et E_2, 1 m, 50 cm.

2° Après avoir ajouté une petite quantité de gaz rare, on fait passer, pendant 30 mn environ, une forte décharge, on pompe à nouveau et l'on obtient un vide de l'ordre de 10^{-4} mm de mercure. Le tube, rempli de xénon sous une pression de 10 mm de mercure, est alors séparé de la canalisation.

Purification. — Le xénon dont nous disposions contenait de petites quantités d'air et une trace de krypton. Ce dernier n'a pas gêné nos obser-

vations, sauf pour la recherche de la raie 5 200 Å (^4S—^2D) de N *I*. Pour enlever les traces d'air on faisait passer une décharge de forte intensité entre les électrodes E_3 et E_4 ou mieux entre E_2 et E_4. Il se produit alors une vaporisation importante du magnésium et la décharge verte caractéristique de ce métal remplit tout l'espace entre les électrodes; la plus grande partie des impuretés se trouve rapidement éliminée (au bout de quelques minutes). Il reste néanmoins des traces d'oxyde d'azote dont il est plus difficile de se débarrasser. Pour y parvenir on fait passer, pendant plusieurs heures, une décharge entre les électrodes E_1 et E_3 : on arrive ainsi à éliminer complètement toute trace de NO. Cette pureté de xénon ne dure pas indéfiniment; au bout d'un temps assez long, on voit apparaître de nouveau le spectre γ de NO, quoique avec une intensité extrêmement faible. Remarquons que l'absence des spectres de l'oxygène et de l'azote n'est pas une preuve suffisante de la pureté du gaz rare; il arrive fréquemment que seules persistent les bandes γ de NO; tout se passe comme si la stabilité de l'oxyde était très grande, beaucoup plus que celle de l'azote et de l'oxygène moléculaires. Lorsque le gaz est parfaitement pur, son spectre se compose exclusivement des raies et du spectre continu du xénon dans tout le domaine visible et ultraviolet, jusqu'à 2200 Å au moins.

Remplissage. — Pour ajouter au xénon pur de petites quantités d'azote, on décompose l'azothydrate de sodium contenu dans les tubulures en les chauffant avec précaution. On peut également diminuer la pression partielle d'azote en faisant fonctionner la décharge entre les électrodes de magnésium. Aucun dispositif n'a été prévu pour déterminer la composition du mélange; seuls, l'aspect de la décharge et sa composition spectrale permettent de distinguer les mélanges riches des mélanges pauvres en azote.

RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX ET INTERPRÉTATION.

Répartition d'intensité des systèmes de bandes. — Dans la décharge sous faible densité de courant, on trouve, en dehors du spectre continu et des raies d'arc du xénon :

a. Dans l'ultraviolet, le deuxième système positif et les bandes de Vegard-Kaplan avec des intensités comparables; dans l'ultraviolet proche, jusqu'à 2800 Å, les deux systèmes se chevauchent; au-dessous de 2800 Å, on trouve uniquement les bandes $A^3\Sigma_u^+ — X^1\Sigma_g$ et quelques bandes de Lyman.

b. Dans le visible, le premier système positif est très faible par rapport aux autres systèmes et la plupart du temps invisible sur les plaques photographiques, alors que le deuxième système positif et les bandes de Vegard-Kaplan sont intenses.

c. Dans l'infrarouge photographique, le premier système positif apparaît avec une intensité assez grande, comparable à celle du deuxième système positif dans le violet. Tout se passe comme si la température de vibration du premier système positif était basse, les bandes visibles, à v' plus élevés, étant pratiquement absentes.

Raies interdites de NI. — La raie 3466 Å (^4S-^2P) est intense, comme dans le cas du mélange avec l'argon.

Nous avons cherché également la raie interdite 5200 Å (^4S—^2D). Dans l'azote pur ou mélangé à l'argon, il est généralement impossible de la séparer du premier système positif de la molécule d'azote. L'absence de ce dernier dans le visible serait très favorable à son observation. Malheureusement, le xénon est souillé de krypton qui émet la raie voisine 5201 Å de KrII, impossible à séparer de la raie (^4S—^2D) de N *I*, avec notre spectrographe.

Bandes $A^3\Sigma_u — X^1\Sigma_g$ de N². — Le développement de ce système est tout à fait remarquable et nous allons exposer nos résultats avec quelques détails.

Ces bandes résultent d'une transition d'intercombinaison entre le niveau métastable $A^3\Sigma_u$ et le niveau fondamental $X^1\Sigma_g$. Le passage d'un état triple à un état simple est interdit par la règle de sélection relative aux changements de multiplicité. En général, seules sont permises les transitions pour lesquelles le nombre quantique S ne subit pas de variation. Toutefois, la règle n'est pas stricte, et l'on connaît de nombreuses exceptions; d'autre part, dans certaines conditions expérimentales où la destruction par choc se trouve réduite, le nombre de molécules à l'état $A^3\Sigma_u$ peut augmenter, justement en raison de cette interdiction. S'il n'existe aucune autre transition plus probable à partir de ce niveau, le grand nombre de molécules émettrices peut compenser, dans une certaine mesure, la faible valeur de la probabilité de transition. On peut arriver ainsi à obtenir l'émission des bandes de Vegard-Kaplan avec une intensité de même ordre de grandeur que les bandes permises du second système positif, et beaucoup plus grande que le premier système positif qui résulte pourtant d'une transition également permise.

Ce système, découvert par Vegard dans l'azote solide [1] et par Kaplan dans l'azote gazeux pur [2] a été attribué à la transition $A^3\Sigma_u — X^1\Sigma_g$. Herzberg [3] proposa la formule suivante :

$$\nu(\text{cm}^{-1}) = 49\,774,4 + (1\,446,46\,v' - 13,93\,v'^2) - (2\,345,16\,v'' - 14,445\,v''^2)$$

pour représenter les nombres d'onde des têtes observées par Kaplan. Le terme constant de cette formule a été corrigé par Janin, qui lui donne la valeur 49 762,5 cm⁻¹. Quelques essais ont été faits par Wulf et Melvin [4] et par Janin [5] pour analyser la structure de rotation des bandes les plus intenses.

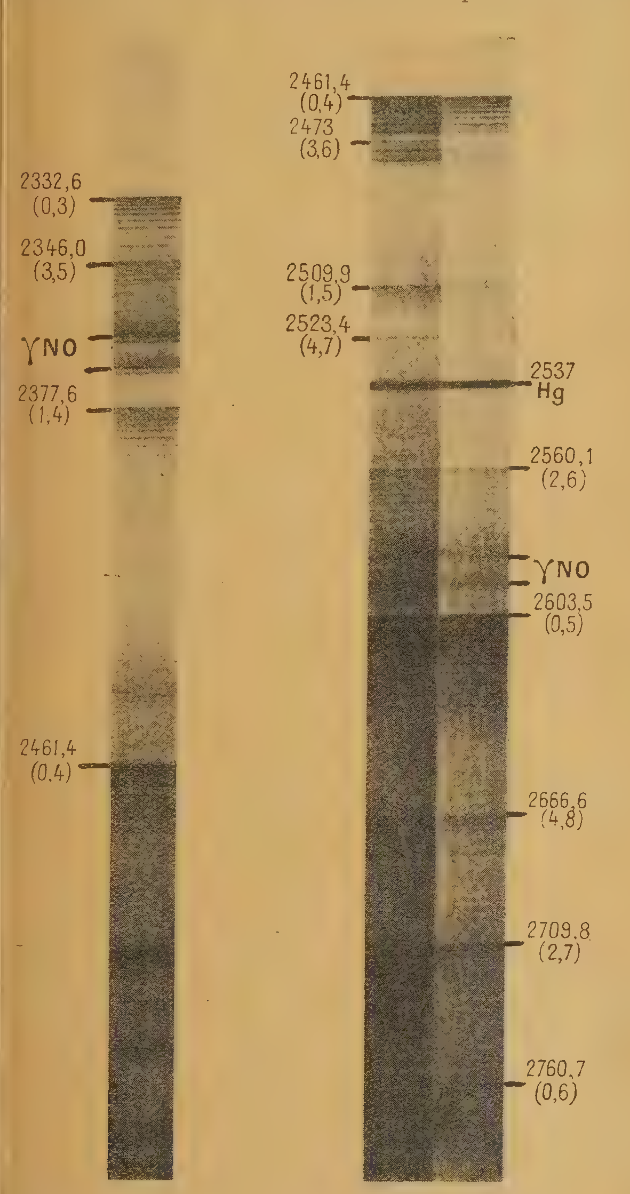


Fig. 2. — Les bandes les plus intenses du système $A^3\Sigma_u - X^1\Sigma_g$ de N^2.

Ce système a été trouvé par Cabannes et Dufay dans le rayonnement du ciel nocturne avec une grande intensité relative. Il y semble particulièrement développé, contrairement à ce que l'on observe au laboratoire, puisque les progressions observées vont de $v' = 0$ à 6 ou 7. Les longueurs d'onde des têtes de bandes mesurées sur les clichés

TABLEAU I.

v' \ v''	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0....	2 215,1	2 332,6	2 461,4	2 603,5	2 760,7	2 935,7		3 351,5	3 601,9	3 887,9				
1....	(2 146,6)	2 257,2	2 377,6	2 509,9	2 655,6	2 817,1	2 997,0	3 198,0	3 425,2	3 682,4	3 977,9			
2....		2 187,8	2 300,7	2 424,4	2 560,1	2 709,8				3 501,9	3 766,9	(4 071)		
3....		2 123,5	2 229,9	2 346,0	(2 472,5)						3 581,8	3 855,2	(4 169)	
4....			(2 164,5)	2 274,0		2 523,4	2 666,6						3 948,1	4 272,3
5....				(2 207,2)	2 319,7	2 441,8	2 576,0							

du ciel nocturne sont en accord avec la formule de Janin [5]. Elles n'ont pas été retrouvées avec certitude au laboratoire. C'est ainsi que Janin observe les bandes à $v' = 0$ et 1 avec une grande intensité, mais aucune des bandes à $v' = 2$ signalées par Kaplan, malgré une très grande température apparente de vibration. Seul, Bernard [6] avait mesuré un certain nombre de bandes visibles, mais elles étaient très faibles et vues seulement sur des enregistrements au microphotomètre; d'autre part, les longueurs d'onde des têtes de bandes observées s'accordaient avec la formule de Herzberg qui ne peut plus être admise maintenant [7].

Dans une atmosphère de xénon, le développement des bandes à v' plus grand que 1 est considérable, comme on peut le voir sur la reproduction de la figure 2. On y voit, par exemple, la bande 2709,8 Å (2,7) plus intense que la bande 2509,9 Å (1,5); on y trouve également de nombreuses bandes intenses à v' plus grand que 2, comme 2346 Å (3,5), 2472 Å (3,6), 2523 Å (4,7) et 2667 Å (4,8).

Dans le tableau ci-contre on a porté les longueurs d'onde des têtes de bandes observées. Pour atteindre la région spectrale située entre 2100 et 2300 Å, il était nécessaire de sensibiliser la plaque photographique à l'aide d'une solution aqueuse de salicylate de sodium à 5 pour 100 en poids. Des poses de l'ordre de 50 à 100 h, avec notre spectrographe ouvert à f : 30, font apparaître de nouvelles bandes classées dans le Tableau I, ainsi qu'un spectre continu s'étendant vers les courtes longueurs d'onde à partir de 2150 Å environ.

On remarque que l'ensemble des bandes du tableau épouse la forme d'une parabole; ce n'est évidemment pas la parabole de Franck-Condon, car du côté des grandes longueurs d'onde, nos mesures ont été limitées vers la droite par la faible dispersion utilisée et par la présence du deuxième système positif et, du côté des courtes longueurs d'onde l'absorption du quartz recule cette parabole vers la droite. La parabole réelle est donc plus ouverte que ne le suggère le Tableau I.

Comparaison entre nos résultats et les mesures de Bernard. — Cet auteur avait annoncé, en 1935 [8], avoir excité le système de Vegard-Kaplan justement dans la région spectrale intéressant le ciel nocturne. Il apparaîtrait dans un tube à trois électrodes contenant un mélange d'azote et d'argon traversé par un courant de faible densité et soumis à des potentiels accélérateurs compris entre 15 et 20 V. Pour des pressions partielles d'azote suffisamment faibles Bernard l'observe avec une intensité de même ordre que le deuxième système positif. Les bandes les plus intenses ont été mesurées au comparateur, les autres sur les enregistrements microphotométriques des clichés. Les écarts entre les valeurs observées et calculées au moyen de la formule de Herzberg [7] sont de l'ordre de 0,2 Å et ne dépassent pas les erreurs de mesure pour l'ensemble des bandes trouvées à la fois par Bernard et par nous (sauf la bande 3,13). Dans ces conditions, pourtant favorables à la transition $A - X$, les bandes ultraviolettes à $v' > 2$ ne semblent pas avoir été observées et Bernard pense que la présence de l'argon fait apparaître les termes situés dans le spectre visible, ceux-là mêmes qui se manifestent dans le rayonnement du ciel nocturne.

Remarquons, tout d'abord, que l'on ne comprend pas par quel mécanisme on aurait seulement un développement des bandes visibles alors que les bandes ultraviolettes, appartenant pourtant à la même progression, n'apparaissent pas. Dans nos expériences nous observons un phénomène inverse : la rareté des autres bandes de l'azote au-dessous de 2800 Å permet l'observation et la mesure des bandes $A - X$ beaucoup plus aisément que dans le domaine visible.

Le Tableau II permet de comparer nos nombres à ceux obtenus par Bernard. On constate l'existence d'un écart systématique de l'ordre de l'angström, alors que la précision des mesures de Bernard est de 0,2 Å.

TABLEAU II.

v' \ v''	10	11	12	13	14
0	3 601,9 3 603,0	3 887,9 3 889,2			
1		3 682,4 3 683,5	3 977,9 3 979,1		
2		3 501,9 3 502,7	3 766,9 3 767,9	(4 071) 4 072,5	
3			3 581,8 3 582,2	3 855,2 3 854,7	(4 169) 4 171,2
4					3 948,1 3 949,5

Dans la première ligne de chaque case figurent les longueurs d'onde trouvées par nous. Au-dessous de ces nombres sont inscrites les mesures de Bernard.

Effet de la vapeur de mercure. — Janin avait trouvé que, dans une décharge par effluve, la présence de la vapeur de mercure empêchait l'émis-

ion des bandes de Vegard-Kaplan. Nous n'avons pas retrouvé cet effet dans nos expériences; on peut observer à la fois l'émission intense du système $A - X$ très développé et le spectre d'arc de mercure. Sur la reproduction de la figure 2 on peut, en effet, constater la présence, avec une grande intensité, de la raie de résonance 2537 Å de Hg I.

Mécanisme d'excitation. — Comme nous l'avons déjà dit, la dilution de l'azote dans le xénon supprime, en grande partie, les chocs destructeurs et permet ainsi de prolonger notablement la durée de vie réelle des états métastables. C'est la raison principale de l'augmentation considérable de l'intensité relative des transitions interdites dans l'azote fortement dilué dans un gaz rare.

Dans l'azote pur, les bandes à $v' = 0$ sont très intenses, celles à $v' = 1$ le sont beaucoup moins, quant aux bandes à $v' = 2$, elles sont à peine mesurables. Dans une atmosphère de xénon, les bandes à $v' > 2$ sont anormalement intenses et tout se passe comme si l'on avait superposition de deux émissions : l'une correspondant à une température de vibration très élevée, l'autre, au contraire, à une basse température. Cette dernière s'effectue probablement à la suite de l'émission des systèmes permis tels que les premier, deuxième et quatrième systèmes positifs qui conduisent finalement à l'état $A^3\Sigma_u$. Quant au développement des bandes dans les séquences, plusieurs cas semblables ont déjà été signalés précédemment; ils ont été attribués, soit à la modification des probabilités de transition sous l'action d'un champ électrique [9], soit à une émission par recombinaison d'ions ou d'atomes [10]. Dans le xénon, l'ionisation est sans doute négligeable et nous retiendrons seulement, dans ce cas, la recombinaison des atomes $N(^4S)$ non excités.

Bande continue à 4923 Å. — Lorsque la pression de l'azote est suffisamment faible, on observe un spectre continu intense, commençant à la raie 4923,15 Å du xénon et dégradé vers les courtes longueurs d'onde. Ce spectre peut être émis en l'absence de toute impureté autre que l'azote et il paraît peu probable qu'il soit dû à un autre gaz. Des fluctuations d'intensité de faible amplitude sont visibles près de la tête de la bande. Les positions approximatives des maxima d'intensité sont :

4 904,5; 4 889,6; 4 876,1; 4 862,3; 4 819,0 Å.

Dans cette suite, deux maxima, situés à 4846 et 4832 Å, manquent : ils sont masqués par les raies 4843,29 Å et 4829,71 Å du xénon et ne peuvent être pointés avec précision. Les écarts entre ces maxima sont sensiblement constants et voisins de 61 cm⁻¹.

Le fait particulièrement intéressant est que cette bande est limitée à la raie 4923 Å du xénon. Une forte surexposition de la plaque photographique montre que cette limite est très nette et qu'il est impossible de la dépasser, comme on le voit sur la figure 3.

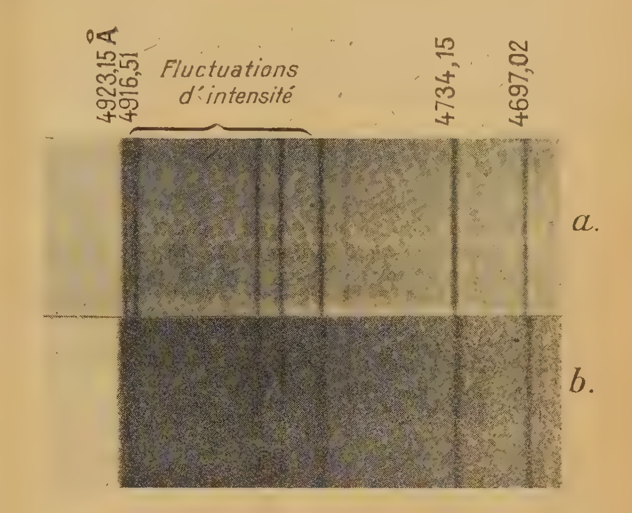


Fig. 3. — *Bande continue à 4923 Å dans un mélange d'azote et de xénon.*
Spectre a. — Sur cette pose à exposition normale on distingue les bandes de vibration.
Spectre b. — Ce spectre surexposé montre que la limite est très nette du côté des grandes longueurs d'onde à 4923,15 Å.

N'étant pas certains de l'origine de cette bande, il nous semble prématuré d'en donner une interprétation. Nous allons néanmoins indiquer un argument en faveur d'une excitation indirecte du xénon par une molécule instable d'azote. Remarquons, tout d'abord, que le niveau supérieur $3p_9$ de la raie 4923 Å ($1s_4 - 3p_9$) est situé à 88 352,5 cm^{-1} au-dessus du niveau fondamental $^1S_0$ de l'atome neutre de xénon. Cette énergie d'excitation atomique est égale à l'énergie nécessaire pour obtenir, à partir de la molécule N^2, un atome neutre et un atome métastable d'azote ($^4S + {}^2P$). En effet, l'énergie de $N(^2P)$ est de 28 808 cm^{-1} et l'énergie de dissociation de l'état $N^2(X^1\Sigma_g)$ est, suivant Büttenbender et Herzberg [11], de 59 555 ± 40 cm^{-1}. Exprimées en volts, les deux énergies sont : 10,954 et 10,955 V. Cette coïncidence, si elle n'est pas fortuite, conduirait à admettre que l'émission est due à une molécule triatomique instable formée d'une molécule $N^2(X^1\Sigma_g)$ non excitée et d'un atome neutre de xénon. Comme dans le cas de molécules diatomiques instables, la limite du côté des grandes longueurs d'onde coïnciderait avec la raie atomique du xénon et les fluctuations d'intensité proviendraient de la vibration de l'atome de xénon au niveau inférieur de la molécule triatomique.

La formation de telles molécules triatomiques

excitées pourrait résulter de la réaction suivante :

$$\underbrace{[N(^4S) + N(^2P)] + X_e(^1S_0)}_{10{,}955\ \mathrm{eV}} \rightarrow \underbrace{[N_2(X\,^1\Sigma_g) + X_e(3p_9)]}_{10{,}954\ \mathrm{eV}}.$$

La grande intensité de cette bande est difficile à concilier avec la rareté des chocs triples, c'est pourquoi nous admettrons l'existence de molécules diatomiques instables $[N(^4S) + N(^2P)]$ ayant une grande affinité pour les atomes $X(^1S_0)$. La présence de nombreux atomes $N(^2P)$ se manifeste par l'émission intense de la raie 3466 Å (^4S — ^2P) aboutissant à l'atome $N(^4S)$.

Manuscrit reçu le 23 mai 1946.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] L. VEGARD, *Annalen der Physik*, 1930, **6**, p. 487.
[2] J. KAPLAN, *Physical Review*, 1934, **45**, —. 675.
[3] J. KAPLAN, *Physical Review*, 1934, **45**, p. 898.
[4] O. R. WULF et E. H. MELVIN, *Physical Review*, 1939, **55**, p. 687.
[5] J. JANIN, *Thèse*, Paris, 1946, communication privée.
[6] R. BERNARD, *Thèse*, Paris, 1940; *Annales de Physique*, 11e série, 1940, **13**, janvier-février.
[7] J. CABANNES et J. DUFAY, *C. R. Acad. Sc.*, 1935, **200** p. 1504.
[8] R. BERNARD, *C. R. Acad. Sc.*, 1935, **200**, p. 2074.
[9] R. HERMAN, *Thèse*, Paris, Masson, 1945.
[10] R. HERMAN, *C. R. Acad. Sc.*, 1945, **220**, p. 593; *J. de Physique*, 8e série, 1945, **6**, p. 30 S.
[11] G. BÜTTENBENDER et G. HERZBERG, *Annalen der Physik*, 5e série, 1934, **21**, p. 577.

ÉTUDE DES VIBRATIONS DU QUARTZ ACTIVES DANS LES SPECTRES DE DIFFUSION ET D'ABSORPTION INFRAROUGE

Par J. BARRIOL,
Docteur ès Sciences.

Sommaire. — Nous avons étudié les modes de vibrations propres du quartz β en utilisant la théorie des groupes, et avons procédé au calcul des fréquences en posant des hypothèses dynamiques simples. Cette étude sert de base à une discussion des résultats de la littérature concernant les spectres de diffusion et d'absorption infrarouge du quartz α. Une tentative est faite de procéder au calcul de constantes d'élasticité à partir des mêmes hypothèses dynamiques.

1. Étude cinématique. — Le quartz β, qui est la variété stable au-dessus de 575°, admet la symétrie D_6^4, caractérisée par l'existence d'un axe sénaire hélicoïdal C_6^2, normal à un système d'axes binaires qui rencontrent l'axe sénaire en des points de cotes respectives o, $c/6$, $c/3$, $c/2$, $2c/3$, $5c/6$, en désignant par c la translation suivant l'axe sénaire. La figure 1

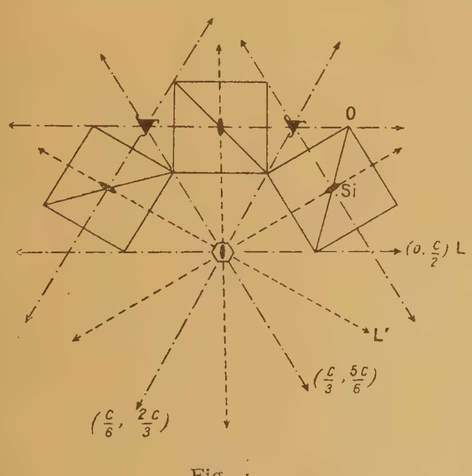


Fig. 1.

indique la disposition de ces axes relativement aux atomes du réseau. Nous ferons toute notre étude sur le qurtz β dont la structure est la plus simple et nous chercherons dans la suite dans quelle mesure les résultats peuvent être étendus au quartz α.

La classification des modes de vibration du cristal optiquement actives se fait en posant d'abord que les seuls mouvements à considérer sont ceux qui correspondent à des configurations invariantes dans l'ensemble des translations du réseau. Dans le langage de la théorie des groupes, on peut dire qu'il suffit de considérer le groupe facteur $\mathcal{G}$ associé au sous-groupe invariant des translations du réseau. Ce groupe est isomorphe de (6,2). A chacune des six représentations irréductibles distinctes de ce groupe correspond un type de fréquence propre du cristal. L'étude de ces mouvements propres introduit les composantes des déplacements des trois noyaux Si et des six noyaux O qui figurent dans la plus petite maille du cristal, ce qui fait un total de 27 variables. Les opérations du groupe permutent entre eux les noyaux Si et de même pour les noyaux O. Il en résulte que, si l'on associe à chaque noyau un déplacement arbitraire, de telle sorte que deux noyaux homologues dans une translation du réseau aient des déplacements équipollents, on définira deux représentations du groupe $\mathcal{G}$, l'une (Si) à $3 \times 3 = 9$ dimensions, l'autre (O) à $6 \times 3 = 18$ dimensions. Ces représentations peuvent être réduites, ce qui simplifie l'étude dynamique du mouvement. Nous savons en effet que les équations de la dynamique ne combinent entre elles que les variables appartenant à un même type de représentation irréductible. Nous avons calculé pour chacun de ces types le nombre a de fois où il intervient dans la réduction de chacune des deux représentations (O) et (Si). Ce calcul nous fournit le nombre de vibrations propres appartenant à chacun des six types de représentation. Il faut en déduire évidemment les mouvements correspondant aux translations d'ensemble du cristal, ce qui se fait en réduisant la représentation $\mathcal{E}$ définie par la translation la plus générale. Tous ces résultats figurent dans le Tableau I. Les notations sont les suivantes :

E, identité;

A, classe des rotations ternaires;

L, classe des rotations binaires comprenant les axes sur lesquels sont les atomes d'oxygène;

λ, classe des rotations binaires d'axes parallèles à l'axe sénaire;

λA et L′ = λL, opérations associées respectivement à A et L.

TABLEAU I.

	E.	A.	L.	λ.	λA.	L′.	O.	Si.	𝔗.	*a*.
I...	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1
II...	1	1	1	—1	—1	—1	1	1	0	2
III...	1	1	—1	1	1	—1	2	1	1	2
IV...	1	1	—1	—1	—1	1	2	1	0	3
V...	2	—1	0	2	—1	0	3	1	0	4
VI...	2	—1	0	—2	1	0	3	2	1	4

Chacune des représentations irréductibles est définie par son système de caractères, de même que les représentations (O), (Si) et 𝔗. Nous allons maintenant procéder à l'étude de la réduction des représentations (O) et (Si), de manière à simplifier la recherche des vibrations propres du système.

TYPE I. — Nous avons à déterminer une configuration invariante dans toutes les opérations du groupe. Commençons par le déplacement des noyaux d'oxygène. Ces noyaux étant situés chacun sur un axe binaire L ont, de ce fait, leur déplacement

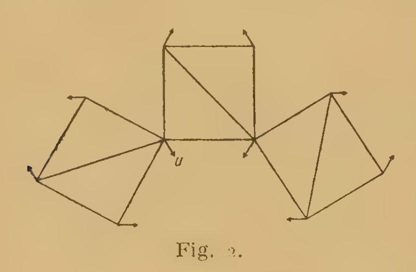


Fig. 2.

dirigé suivant cet axe. Comme ces noyaux proviennent tous de l'un d'entre eux par l'ensemble des opérations du groupe, le déplacement *u* de l'un d'eux détermine tous les autres, qui lui sont égaux. Les noyaux de silicium, étant situés chacun sur trois axes binaires rectangulaires L, L′ et λ, doivent pour la même raison rester immobiles. La configuration ainsi obtenue est représentée figure 2. Elle dépend d'un seul paramètre *u*, comme l'indique le tableau.

TYPE II. — Le déplacement *u* des noyaux d'oxygène doit encore rester inchangé lors des rotations L, et se trouve ainsi porté par l'axe binaire correspondant. Pour ce qui est des noyaux de silicium, on voit de la même façon que le déplacement *v* de chacun d'eux doit s'effectuer suivant l'axe de la famille L passant par ce noyau. La configuration dépend ainsi de deux paramètres.

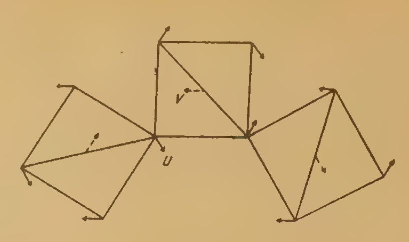


Fig. 3.

TYPE III. — Commençons encore par considérer le déplacement des noyaux d'oxygène. Les rotations binaires de la classe L dont les axes portent les noyaux d'oxygène doivent transformer chaque déplacement en son opposé, de sorte que le déplacement de tout noyau d'oxygène doit s'effectuer normalement à l'axe binaire qui le porte, d'où deux composantes *u* perpendiculairement à l'axe sénaire et *v* parallèlement à cet axe. Le déplacement de l'un des noyaux étant donné, tous les autres s'en déduiront par l'ensemble des opérations du groupe.

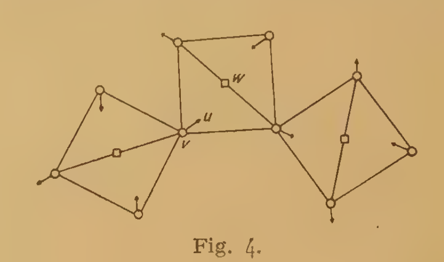


Fig. 4.

Pour ce qui est des noyaux de silicium, ils doivent avoir leur déplacement inchangé lors des rotations λ, dont les axes passent par ces noyaux, ce déplacement doit de ce fait s'effectuer parallèlement à l'axe sénaire, d'où une troisième variable *w* (*fig.* 4).

TYPE IV. — Le déplacement des noyaux d'oxygène s'effectue encore normalement aux axes L qui

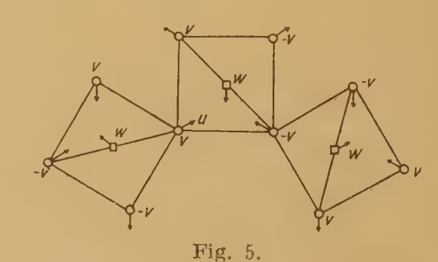


Fig. 5.

portent ces noyaux. Pour ce qui est des noyaux de silicium, il faut tenir compte de ce que la configuration demeure cette fois invariante lors des rota-

ons L′, dont les axes portent ces noyaux; de sorte ue le déplacement w de chacun d'eux s'effectue uivant l'axe L′ (*fig.* 5) qui le porte.

Type V. — Nous avons affaire cette fois à un ype de représentation à deux dimensions. Nous ouvons prendre pour variables de la représentation s composantes u_1, v_1 du déplacement des noyaux 'oxygène n° 1 (*fig.* 6). La valeur du caracère $\chi(L) = 0$ autorise ce choix, alors qu'elle xclut par exemple le couple v_1, w_1, où w_1 est la omposante du déplacement parallèle à l'axe sénaire.

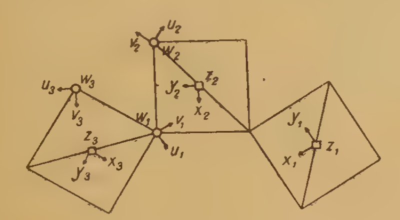


Fig. 6.

Cela posé, les déplacements des autres points omologues s'expriment tous linéairement en foncion de u_1 et v_1. En particulier, nous avons pour es points 2 et 3

$$u_2 = a u_1 + b v_1, \qquad u_3 = a' u_1 + b' v_1;$$
$$v_2 = c u_1 + d v_1, \qquad v_3 = c' u_1 + d' v_1.$$

La rotation autour de l'axe binaire passant par O_1 a pour équation

$$u'_1 = u_1, \qquad v'_1 = -v_1$$

et entraîne

$$u'_3 = u_2, \qquad v'_3 = -v_2,$$

d'où, en explicitant,

$$a' = a, \qquad b' = -b, \qquad c' = -c, \qquad d' = d.$$

Nous avons d'autre part, en considération de la rotation de la classe A qui amène 3 sur 1 et 1 sur 2 :

$$u'_1 = u_3 = \quad a u_1 - b v_1, \qquad u'_2 = a u'_1 + b v'_1 = u_1;$$
$$v'_1 = v_3 = -c u_1 + d v_1, \qquad v'_2 = c u'_1 + d v'_1 = v_1.$$

D'où, en identifiant,

$$a^2 - bc = 1, \qquad c(a - d) = 0;$$
$$b(a - d) = 0, \qquad d^2 - bc = 1.$$

Par ailleurs, on doit avoir

$$\chi(A) = a + d = -1.$$

Ce système conduit à l'ensemble

$$a = d = -\frac{1}{2},$$
$$bc = -\frac{3}{4}.$$

Le déplacement u, v de tout autre noyau s'obtient en tenant compte du caractère symétrique de la configuration par rapport à la rotation λ. Considérons maintenant les déplacements parallèles à l'axe sénaire. Nous devons avoir par exemple

$$w_1 = f_1 u_1 + g_1 v_1$$

et de même

$$w_2 = f_2 u_2 + g_2 v_2,$$

et encore de même pour w_3.

La rotation L entraîne

$$w'_1 = f_1 u'_1 + g_1 v'_1 = f_1 u_1 - g_1 v_1.$$

On doit avoir évidemment

$$w'_1 = w_1, \qquad \text{d'où } f_1 = 0.$$

D'autre part, la rotation A entraîne

$$w'_1 = w_3 \qquad \text{ou} \qquad g_1 v'_1 = g_3 v_3,$$

soit comme

$$v'_1 = v_3, \qquad g_1 = g_3.$$

On a ainsi, en complétant la démonstration,

$$w_1 = g v_1, \qquad w_2 = g v_2, \qquad w_3 = g v_3.$$

Il nous reste à examiner le cas des noyaux de silicium. Le caractère symétrique de la configuration relativement à la rotation λ implique que le déplacement des noyaux de silicium doit s'effectuer parallèlement à l'axe sénaire. Nous devons avoir (*fig.* 6)

$$z_1 = \alpha_1 u_1 + \beta_1 v_1, \qquad z_2 = \alpha_2 u_1 + \beta_2 v_1, \qquad z_3 = \alpha_3 u_1 + \beta_3 v_1.$$

La rotation L ($u'_1 = u_1$; $v'_1 = -v_1$) conduit à

$$z'_2 = -z_3, \qquad z'_1 = -z_1,$$

d'où les conditions

$$\alpha_3 = -\alpha_2, \qquad \beta_3 = \beta_2, \qquad \alpha_1 = 0.$$

La rotation ternaire qui amène O_4 sur O_1 amène également Si_1 sur Si_3. Il en résulte que l'on doit avoir

$$u'_1 = u_3 = -\frac{1}{2} u_1 - b v_1 \qquad \text{et} \qquad z'_3 = z_1,$$
$$v'_1 = v_3 = \quad c u_1 - \frac{1}{2} v_1 \qquad \text{et} \qquad -\alpha_2 u'_1 + \beta_2 v'_1 = \beta_1 v_1,$$

d'où en explicitant

$$\frac{\alpha_2}{2} + \beta_2 c = 0,$$

$$\alpha_2 b - \frac{\beta_2}{2} = \beta_1,$$

ce qui détermine α_2, β_2 une fois β_1 donné. La représentation (Si) dépend d'un paramètre β_1. On a, notamment

$$\beta_2 = \beta_1, \qquad \alpha_2 = -2\beta_1 c.$$

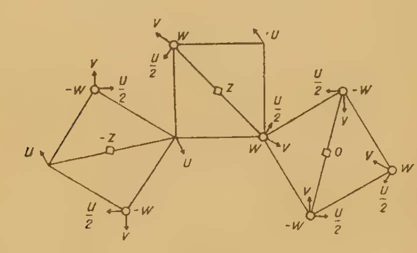


Fig. 7.

La figure 7 représente la configuration pour laquelle $v_1 = 0$; $u_1 = u$. On a

$$u_2 = -\frac{u}{2}, \qquad u_3 = -\frac{u}{2}, \qquad z_1 = 0,$$

$$v_2 = v, \qquad v_3 = v, \qquad z_2 = -z_3 = z.$$

$$w_1 = 0, \qquad w_2 = -w_3 = w.$$

L'étude dynamique permet en principe de fixer pour ce cas particulier envisagé, les rapports entre u, v, w, z. Il en résulte dans le cas général une configuration pour chacune des fréquences propres, dans laquelle les trajectoires de chacun des noyaux d'oxygène est une ellipse de plan bien déterminé, tandis que les noyaux de silicium oscillent parallèlement à l'axe sénaire.

Type VI. — Le raisonnement se poursuit de la même façon que dans le cas précédent. La seule

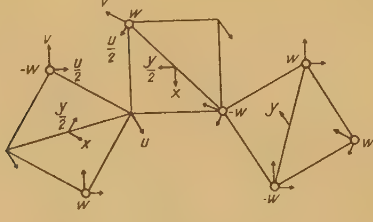


Fig. 8.

différence est que maintenant la configuration est antisymétrique relativement à la rotation λ. Il en résulte en particulier que le déplacement des noyaux Si doit ici s'effectuer normalement à la direction de l'axe sénaire. On arrive ainsi à déterminer la configuration que nous reproduisons pour $v_1 = 0$.

Nous avons alors

$$v_1 = 0; \qquad u_2 = -\frac{u}{2}, \qquad u_3 = -\frac{u}{2},$$

$$u_1 = u, \qquad v_2 = v, \qquad v_3 = -v,$$

$$w_1 = 0, \qquad x_1 = 0, \qquad x_2 = x_3 = x.$$

$$w_1 = -w_2 = w; \qquad y_1 = y; \qquad y_2 = -y_3 = \frac{y}{2}.$$

2. **Étude dynamique**. — Les résultats précédents peuvent être utilisés pour calculer la fréquence de chacun des types de vibration du cristal. Ils simplifient les calculs qui doivent conduire respectivement à des équations qui sont :

Du premier degré en ω^2 pour le type I;
Du second degré en ω^2 pour le type II;
Du second degré en ω^2 pour le type III;
Du troisième degré en ω^2 pour le type IV;
Du quatrième degré en ω^2 pour le type V;
Du quatrième degré en ω^2 pour le type VI.

En ce qui concerne les types dégénérés V et VI, le calcul peut utiliser la configuration particulière que nous avons représentée et qui correspond pour chacun des cas à $v_1 = 0$. Ce procédé a l'avantage de conduire à une équation du quatrième degré en ω^2, au lieu de l'équation du huitième degré à quatre racines doubles que l'on obtiendrait si l'on abordait ce problème sans considérations de symétrie préalables.

Les calculs seront faits dans l'hypothèse simple où l'énergie potentielle ne dépend que de la variation de longueur des liaisons Si—O et O—O. Chacune de ces liaisons sera caractérisée par une constante de force, soit F et f. On conduit le calcul sans difficultés en déterminant les énergies potentielle et cinétique pour une maille formée de trois SiO_2, et en appliquant les équations de la dynamique. Nous avons procédé au calcul numérique pour le système suivant de valeurs, qui permet de fixer l'ordre de grandeur des diverses fréquences :

$$F = 4{,}48.10^5 \text{ dyne : cm.}$$

$$f = 0{,}71.10^5 \quad »$$

Ce choix des constantes de forces a été fait de manière à retrouver les valeurs expérimentales, d'une part pour la fréquence du type I, d'autre part pour la somme des quatre fréquences du type V. La valeur trouvée ainsi pour F est bien de l'ordre de grandeur des constantes de forces relatives aux liaisons simples. Le caractère simpliste des hypothèses adoptées ne nous permettra que de fixer des ordres de grandeur. En particulier, l'approximation cesse de présenter la moindre valeur pour

fréquences les plus basses pour lesquelles il ut vraisemblablement tenir compte d'autres termes ns l'expression de l'énergie potentielle. Les formules tenues pour l'énergie potentielle U, l'énergie nétique T ainsi que l'équation aux fréquences nt pour chaque type de vibration :

TYPE I :

$$2U = [2(2-\sqrt{3})F + 6(4-\sqrt{3})f]u^2,$$
$$2T = 6m\dot{u}^2.$$

vient

$$m\omega^2 = 0{,}09F + 2{,}27f. \quad \text{d'où } \omega = 466 \text{ cm}^{-1}.$$

TYPE II :

$$2U = F[u(\sqrt{3}-1) - 2v]^2 + 9fu^2,$$
$$2T = 6m\dot{u}^2 + 3M\dot{v}^2.$$

vient

$$m^2\omega^4 - m\omega^2(0{,}85F + 1{,}15f) + 1{,}14fF = 0.$$

On obtient les deux racines 318 et 660 cm^{-1}.

TYPE III :

$$2U = F[u(\sqrt{3}+1) + 2v - 2w]^2 + 3f(\sqrt{3}+1)^2u^2,$$
$$2T = 6m(\dot{u}^2 + \dot{v}^2) + 3M\dot{w}^2.$$

vient

$$m^2\omega^4 - m\omega^2(2{,}67F + 3{,}5f) + 5{,}35fF = 0,$$

où les deux raines 400 et 1190 cm^{-1}.

TYPE IV :

$$2U = 4F\left[u\frac{\sqrt{3}+1}{2} + v + w\right]^2 + 3f(u\sqrt{3} + 2v)^2,$$
$$2T = 6m(\dot{u}^2 + \dot{v}^2) + 3M\dot{w}^2.$$

vient

$$m^2\omega^4 - m\omega^2(2{,}67F + 3{,}5f) + 3fF = 0.$$

L'équation est seulement du second degré au eu du troisième. Il y a une troisième fréquence qui evrait être nulle si nos hypothèses correspondaient xactement à la réalité, et qui en tout cas est raisemblablement basse. Les deux autres fréquences sont 272 et 1200 cm^{-1}.

TYPE V :

$$2U = 4\frac{F}{3}\left\{\left[u\frac{\sqrt{3}-1}{2} + z\right]^2 + \left[v\frac{\sqrt{3}+1}{2} + \frac{u}{2}\frac{1-\sqrt{3}}{2} + w - z\right]^2 + \left[-v\frac{\sqrt{3}+1}{2} + \frac{u}{2}\frac{1-\sqrt{3}}{2} - w\right]^2\right\}$$
$$+ f\left\{12w^2 + 6w\left[\frac{u}{2}(\sqrt{3}-1) + v(\sqrt{3}+1)\right] + \frac{3}{2}u^2(5-2\sqrt{3}) + 2v^2(7+2\sqrt{3})\right\},$$
$$2T = 2m\left(\frac{3}{2}\dot{u}^2 + 2\dot{w}^2 + 2\dot{v}^2\right) + 2M\dot{z}^2.$$

Les quatre fréquences calculées sont en cm^{-1} :

216, 382, 538, 1215.

TYPE VI :

$$2U = 4\frac{F}{3}\left\{\left[u\frac{\sqrt{3}-1}{2} - x - y\right]^2 + \left[v\frac{\sqrt{3}+1}{2} + \frac{u(1-\sqrt{3})}{4} + w + x - y\right]^2 + \left[v\frac{\sqrt{3}+1}{2} - \frac{u(1-\sqrt{3})}{4} + w - 2y\right]^2\right\}$$
$$+ 2f\left[\left(\frac{3u}{4} + v\frac{\sqrt{3}}{2} + w\right)^2 + 3\left(\frac{u\sqrt{3}}{4} + \frac{v}{2} + w\right)^2\right],$$
$$2T = 2m\left(\frac{3}{2}\dot{u}^2 + 2\dot{w}^2 + 2\dot{v}^2\right) + 2M\left(\dot{x}^2 + \frac{3\dot{y}^2}{2}\right).$$

Les quatre fréquences calculées sont en cm^{-1} :

188, 292, 817, 1270.

3. **Interprétation des résultats.** — Les résultats expérimentaux dont on dispose ne se rapportent pas malheureusement au quartz $\beta(Q_\beta)$, mais au quartz $\alpha(Q_\alpha)$, qui est la variété stable à la température ordinaire. On peut considérer, du point de vue de la structure cristalline, $Q\alpha$ comme dérivant de $Q\beta$ au moyen d'un léger déplacement de groupements SiO_4 qui a pour effet de faire disparaître la symétrie sénaire et les classes d'axes binaires λ et L, les classes A et L′ étant seules conservées. Le groupe obtenu, isomorphe de (3,2), n'admet plus que trois représentations, dont chacune correspond aux deux représentations de (6,2) obtenues en associant à λ respectivement les matrices

$$T(\lambda) = T(E) \quad \text{et} \quad T(\lambda) = -T(E),$$

où T(E) est la matrice associée à l'unité E du groupe.

Nous allons supposer le passage $Q\beta \to Q\alpha$ réalisé d'une manière continue, de telle sorte que l'on puisse associer à chaque fréquence de $Q\alpha$ une fréquence de $Q\beta$ dont elle sera issue au moyen d'un calcul de perturbation. Nous avons six types de mouvements de $Q\beta$ contre trois de $Q\alpha$, définis par le système suivant de caractères (Tabl. II). Le passage des fréquences se fait suivant le schéma suivant qui découle immédiatement de la considération des Tableaux I et II.

Q_β.......	I(1)	IV(3)	II(2)	III(2)	V(4)	VI(4)
	↘	↙	↘	↙	↘	↙
Q_α.......	I′(4)		II′(4)		III′(8)	

Entre parenthèses est indiqué le nombre de fréquences propres de Qα et Qβ appartenant à chacun des types. Nous allons utiliser ces résultats pour essayer d'interpréter le spectre de diffusion de Qα.

TABLEAU II.

	E.	A.	L'.
I'....	1	1	1
II'....	1	1	—1
III'....	2	—1	0

SPECTRE DE DIFFUSION. — Seuls les types I, V, VI sont actifs dans le spectre de diffusion en ce qui concerne Qβ. Nous indiquons pour chacun d'eux la structure du tenseur des polarisabilités

$$(\mathrm{I})\quad \begin{cases} P_1 = aE_1 q, \\ P_2 = aE_2 q, \\ P_3 = bE_3 q; \end{cases}$$

$$(\mathrm{V})\quad \begin{cases} P_1 = aE_1 u + aE_2 v, \\ P_2 = aE_1 v - aE_2 u, \\ P_3 = 0; \end{cases}$$

$$(\mathrm{VI})\quad \begin{cases} P_1 = aE_3 u, \\ P_2 = aE_3 v, \\ P_3 = a(E_1 u + E_2 v); \end{cases}$$

les quantités a, b ont des valeurs distinctes en général pour chacun des types de vibration. La lettre q représente la coordonnée normale de vibration pour le type (I) qui est simple, et u, v les deux coordonnées relatives à une vibration dégénérée, du type (V) ou (VI).

Nous indiquons de même la structure du tenseur pour les types I' et III' de Qα :

$$(\mathrm{I}')\quad \begin{cases} P_1 = aE_1 q, \\ P_2 = aE_2 q, \\ P_3 = bE_3 q; \end{cases}$$

$$(\mathrm{III}')\quad \begin{cases} P_1 = bE_1 u + bE_2 v + aE_3 u, \\ P_2 = bE_1 v - bE_2 u + aE_3 v, \\ P_3 = aE_1 u + aE_2 v. \end{cases}$$

Les structures (V) et (VI) peuvent d'ailleurs être considérées comme des cas particuliers de la structure (III') correspondant respectivement à $a = 0$ et $b = 0$.

Ceci posé, l'expérience montre que, dans l'ensemble, les raies se classent bien en adoptant pour le tenseur des polarisabilités les structures I, V, VI (Cabannes et Bouhet [5]), sans avoir besoin d'utiliser la forme plus générale III'. Il semble naturel, dans ces conditions, d'admettre que le passage Q$\beta \rightarrow$ Qα correspond à un remaniement relativement peu important pour la question dont nous traitons. Les renseignements ainsi obtenus sont précieux, mais deux remarques sont à faire concernant leur utilisation.

1° Certaines raies sur lesquelles des mesures de polarisation ont été effectuées se sont révélées des doublets (Krishnan [2]). Il faut alors interpréter les mesures de polarisation en tenant compte des caractères de polarisation de chacune des composantes; un cas important est celui où il s'agit d'une résonance de Fermi; les deux composantes du doublet doivent avoir alors les mêmes caractères de polarisation;

2° Les résultats qui ont été donnés ci-dessus supposent que les tenseurs des polarisabilités sont nécessairement symétriques. Il peut être plus avantageux de ne pas faire cette hypothèse restrictive, ce qui entraîne alors l'activité possible des fréquences des types III et II' dans le spectre de diffusion. Les caractères de polarisation doivent être les mêmes que pour le type V à part en ce qui concerne les expériences en lumière circulaire (cas n° 3 des expériences de Cabannes et Bouhet).

SPECTRE D'ABSORPTION. — Les résultats expérimentaux sont assez nombreux. Citons particulièrement : Drummond [4]; Barnes [3]; Cartwright [3]. Le problème de l'interprétation des spectres obtenus est assez délicat, et ne semble pas résolu. La richesse des fréquences fondamentales d'une part, l'influence difficile à apprécier de l'anharmonicité d'autre part, rendent malaisée l'interprétation des diverses bandes. Un essai d'attribution a été fait par Weiler, ainsi que par Plyler [1], mais il est vraisemblable qu'un certain nombre d'explications ne sont pas définitives.

Types des fréquences combinées.	Type de la fréquence de combinaison.
I' et I'	I'
I' et II'	II'
I' et III'	III'
II' et II'	I'
II' et III'	III'
III' et III'	I' + II' + III'

Nous avons particulièrement utilisé les résultats de Drummond; malheureusement, en ce qui concerne l'absorption du rayon extraordinaire, ils proviennent d'un calcul qui repose sur des hypothèses sur la validité desquelles l'auteur lui-même fait des réserves. Il semble cependant établi que la plupart des

éequences d'absorption sont communes aux deux ayons. Ce fait s'interprète en admettant qu'il agit de fréquences de combinaison qui peuvent re de plusieurs types superposés. Le tableau -contre indique pour toute espèce de combinaison naire, le (ou les) type de la fréquence de combi-aison. Dans la dernière ligne de ce tableau, le pe II′ est souligné pour indiquer qu'il doit dispa-ître dans le cas particulier où les deux fréquences ont égales.

Conclusions. — Les mesures de polarisation de abannes et Bouhet montrent que les trois fré-uences 465, 207 et 356 cm^{-1} sont du type I′. La us intense d'entre elles, 465, doit vraisembla-ement provenir du type I qui est le seul actif our Qβ, et les deux autres, du type IV. Il manque usi une troisième fréquence qui, d'après nos alculs serait plus élevée, ce qui peut s'accorder vec l'interprétation de Krishnan qui la situe 1082 cm^{-1}.

Les mêmes mesures permettent d'obtenir quatre équences attribuables au type V, soit 128, 394, 96 et 1163 cm^{-1}, ainsi que deux du type VI, 266 798. Les relations entre les valeurs de ces fréquences mènent des résonances de Fermi qui permettent expliquer les doublets suivants du spectre donné ar Krishnan : 395 — 404 (394 et 128 + 266), insi que : 794 — 805 (798 et 2 × 394). La raie oins intense à 1064 peut s'expliquer comme équence de combinaison 266 + 798 En ce qui oncerne la fréquence 1227 qui présente les mêmes aractères de polarisation que 1163, il semble ifficile, d'après les résultats de nos calculs, de la anger dans la même classe qui ne saurait comprendre eux fréquences supérieures à 1000 cm^{-1}. On pourrait eut-être penser à une fréquence du type II′ qui dmettrait encore les mêmes caractères de polari-ation, du moins en ce qui concerne les cas expé-imentés.

Il reste encore à obtenir deux fréquences du ype VI; l'une d'entre elles doit être très basse t l'autre aux environs de 1230, ainsi qu'il résulte 'une part de nos calculs de fréquences et, d'autre art, de la nécessité de pouvoir expliquer comme ombinaisons de fréquences du type III′, la plupart es bandes infrarouges observées; en particulier elle vers 1610 cm^{-1}, qui est commune aux rayons rdinaire et extraordinaire et que son intensité ermet d'attribuer vraisemblablement à une combi-aison binaire. Par ailleurs, l'absorption parti-ulièrement forte dans la région de 8 μ doit s'expli-uer par une ou plusieurs bandes fondamentales ers 1200 cm^{-1}.

En ce qui concerne les fréquences fondamentales ctives dans le spectre infrarouge, il est possible 'obtenir certaines d'entre elles à partir du spectre e réflexion, particulièrement celles qui corres-pondent à une très forte absorption. Malheureu-sement, il peut y avoir des écarts considérables entre les fréquences des rayons restants et celles des vibrations propres correspondantes (*voir* Parodi, *Thèse de Doctorat*, Paris, 1938). Citons les valeurs données par Plyler [1] pour les fréquences du type II′ : 385, 488, 800 et 1190 cm^{-1}, cette dernière pouvant peut-être correspondre à la fréquence 1227 du spectre Raman.

En conclusion, nous pouvons dresser le tableau suivant des fréquences fondamentales de $Q\alpha$ et $Q\beta$. Nous adjoignons la notation usuelle A, B, E.

Type de la vibration		Fréquence	
Q_α.	Q_β.	calculée pour Q_β.	observée pour Q_α.
I′(A)	I	466	466
		–	207
	IV	272	356
		1200	(1082)
II′(B)	II	318	(385)
		660	(800)
	III	400	(488)
		1190	(1190, 1227)
III′(E)	V	216	128
		382	394
		538	696
		1215	1163
	VI	188	–
		292	266
		817	798
		1270	(1248)

Les attributions entre parenthèses ne semblent pas encore acquises avec toute la certitude désirable.

Ces attributions nous permettent, en accord avec les règles de sélection précédentes, d'expliquer comme suit les fréquences que nous avons trouvées être communes aux spectres d'absorption sur les deux rayons ordinaire et extraordinaire :

1870... 696 + 1163 = 1859
1790... 1248 + 2 × 266 = 1780
1680... 1248 + 394 = 1642 ou 1163 + 128 + 394 = 1685
1610... 1248 + 394 = 1642
1510... 696 + 798 = 1494

Constantes mécaniques du quartz. — Nous avons cherché à calculer certaines constantes méca-niques du quartz en utilisant les hypothèses dyna-miques qui nous ont permis le calcul des fréquences. Cette étude a été faite dans le cas le plus simple où

la symétrie sénaire est conservée, soit pour une compression parallèle à l'axe sénaire, soit pour une compression uniforme.

1° *Compression parallèle à l'axe sénaire.* — Nous avons utilisé une déformation du réseau pour laquelle le déplacement de chacune des masses dépend linéairement de ses coordonnées (déformation homogène de Born). Ici les plans réticulaires parallèles et normaux à l'axe doivent garder la même direction, ce qui entraîne pour le cube qui définit la position d'un SiO de se transformer en un parallélépipède rectangle. Le calcul de l'énergie de déformation se poursuit comme précédemment et l'on écrit que l'effort normalement à l'axe est nul, ce qui permet de déterminer le coefficient de Poisson, ou rapport des variations relatives de la dimension, d'une part, normalement à la direction de l'effort, et, d'autre part, suivant cette direction. Cette valeur est beaucoup trop grande (— 0,43). Par contre, celle que nous obtenons pour le module de compressibilité est satisfaisante ($E = 855.10^9$ C.G.S.).

2° *Coefficient de compressibilité.* — Des calculs analogues, mais un peu plus longs, permettent d'obtenir le coefficient de compressibilité

$$\chi = \frac{1}{V}\frac{dV}{dp}.$$

L'accord est loin d'être aussi satisfaisant que pour E. La valeur calculée est $0,72.10^{-12}$ contre $2,60.10^{-12}$, valeur mesurée à la température ordinaire. On sait d'ailleurs qu'il n'y a aucune chance d'obtenir une représentation correcte des résultats en utilisant l'hypothèse de forces centrales, et nous nous bornons à voir dans ces résultats une justification de l'ordre de grandeur des constantes dynamiques utilisées.

Je remercie M. le Professeur Mauguin qui m'a suggéré cette étude. Je suis particulièrement reconnaissant à M. le Professeur Cabannes pour l'intérêt qu'il a bien voulu porter à mon travail. M. Lecomte a eu l'obligeance de mettre à ma disposition des renseignements bibliographiques.

Manuscrit reçu le 14 juin 1946.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Plyler, *Phys. Rev.*, 1929, **33**, p. 48.
[2] Cartwright, *Z. Physik*, 1930, **90**, p. 480-488.
[3] Barnes, *Phys. Rev.*, 1932, **39**, p. 562-575.
[4] Drummond, *Proc. Roy. Soc.*, 1936, **153**, p. 318.
[5] Cabannes et Bouhet, *C. R. Acad. Sc.*, 1937, **205**, p. 768.
[6] Krishnan, *Nature*, 14 April 1945, **155**, p. 452.
[7] Barriol, *Thèse de Doctorat manuscrite*, Paris, 1946.

Le Gérant : Maurice Blondin. 124509 Imp. Gauthier-Villars, 55, quai des Grands-Augustins, Paris. — 1946.